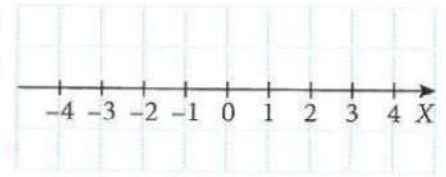


TEORIA GEOMETRIA ANALITYCZNA

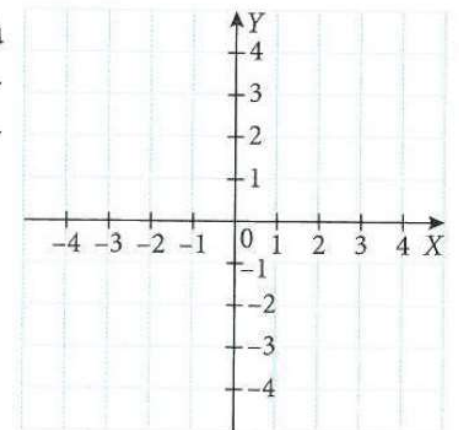
Oś liczbowa. Prostokątny układ współrzędnych na płaszczyźnie

Oś liczbową wyznaczamy na prostej poprzez wybór punktu zerowego i jednostki oraz ustalenie dodatniego zwrotu.



Liczbę x przyporządkowaną punktowi P na osi liczbowej nazywamy **współrzedną** punktu P na tej osi.

Prostokątny (kartezjański) układ współrzędnych na płaszczyźnie to para prostopadłych osi o wspólnym początku (O), nazywanym początkiem układu współrzędnych, oraz jednakowych jednostkach.



Punkt

	Na osi liczbowej	Na płaszczyźnie
Współrzedne punktu	$A = (x_A), B = (x_B)$	$A = (x_A, y_A), B = (x_B, y_B)$
Odległość między punktami A i B	$ AB = x_B - x_A =$ $= \sqrt{(x_B - x_A)^2}$	$ AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
Współrzedne środka S odcinka AB	$S = \left(\frac{x_A + x_B}{2} \right)$	$S = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$

Prosta

Równanie prostej na płaszczyźnie

Nazwa postaci	Równanie	Założenie	Uwagi
ogólna	$Ax + By + C = 0$	$A^2 + B^2 > 0$	
kierunkowa	$y = ax + b, a = \operatorname{tg} \alpha$	$\alpha \neq 90^\circ$	dotyczy prostej nachylonej pod kątem α do osi OX

Przypadki szczególne równania prostej w postaci ogólnej

Warunek	Postać równania	Położenie prostej
$B = 0$	$x = -\frac{C}{A}$	prosta równoległa do osi OY
$A = 0$	$y = -\frac{C}{B}$	prosta równoległa do osi OX
$B = C = 0$	$Ax = 0, x = 0$	oś OY
$A = C = 0$	$By = 0, y = 0$	oś OX

Sposób wyznaczania równania prostej

Dane	Równanie	Założenia
– punkt $P = (x_0, y_0)$ należący do prostej – miara kąta nachylenia prostej do osi OX	$y - y_0 = a(x - x_0),$ $a = \operatorname{tg} \alpha$	$\alpha \neq (2k + 1)90^\circ,$ $k \in \mathbb{C}$
– punkty $P_1 = (x_1, y_1), P_2 = (x_2, y_2)$ należące do prostej	$(y - y_1) = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1)$	$x_1 \neq x_2$

Sposób drugi wyznaczania prostej przechodzącej przez dwa punkty należy rozwiązać układ równań powstały po podstawieniu do równania $y=ax+b$ w miejsce x i y współrzędnych dwóch punktów. Po wyliczeniu a i b y i x pozostają jako zmienne (x - argument, y - wartość funkcji)

– punkt $P(x_0, y_0)$ należący do prostej – wektor $[A, B]$ do niej prostopadły	$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$	$A^2 + B^2 > 0$
--	-------------------------------	-----------------

Punkt i prosta

Odległość punktu $P(x_0, y_0)$ **od prostej o równaniu ogólnym** $l: Ax + By + C = 0$.

$$d(P, l) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Odległość punktu $P(x_0, y_0)$ **od prostej o równaniu kierunkowym** $l: y = ax + b$.

$$d(P, l) = \frac{|ax_0 - y_0 + b|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

Proste równoległe i prostopadłe

	Postać kierunkowa	Postać ogólna
Równania prostych	$l_1: y = a_1x + b_1$ $l_2: y = a_2x + b_2$	$l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$ $l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$
Warunek równoległości prostych	$l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$	$l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow A_1B_2 - A_2B_1 = 0$
Warunek prostopadłości prostych	$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow a_1a_2 = -1$	$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 = 0$

Aby wyznaczyć równanie prostej równoległej do prostej l_1 wystarczy przepisać współczynniki

$$\begin{matrix} a_1 \\ y = a_1x + b_2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} A_1 \text{ i } B_1 \\ A_1x + B_1y + C_3 = 0 \end{matrix}$$

Aby wyznaczyć równanie prostej prostopadłej do prostej l_1 wystarczy:

za współczynnik kierunkowy prostej przyjąć
liczbę przeciwną i odwrotną do a_1 czyli:

$$(y = -\frac{1}{a_1}x + b_3)$$

współczynniki przy x i y zamienić miejscami
i w jednym zmienić znak na przeciwny:

$$(-B_1 + A_1 + C_4 = 0)$$

Aby wyznaczyć równanie wektora równoległego do prostej $l_1: A_1x + B_1y + C_3 = 0$ wystarczy zapisać wektor w postaci $\vec{u} = [-k \cdot B_1; k \cdot A_1]$

Aby wyznaczyć równanie wektora prostopadłego do prostej $l_1: A_1x + B_1y + C_3 = 0$ wystarczy zapisać wektor w postaci $\vec{v} = [k \cdot A_1; k \cdot B_1]$

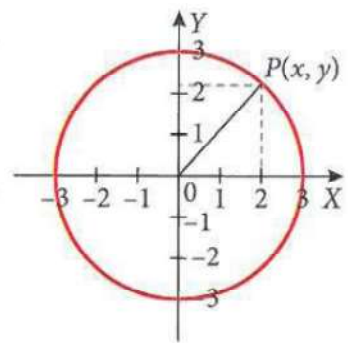
Okrąg i koło

Równanie okręgu o środku w punkcie $S = (0, 0)$ i promieniu r (postać kanoniczna równania):

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

Nierówność opisująca koło o środku w punkcie $S = (0, 0)$ i promieniu r :

$$x^2 + y^2 \leq r^2.$$

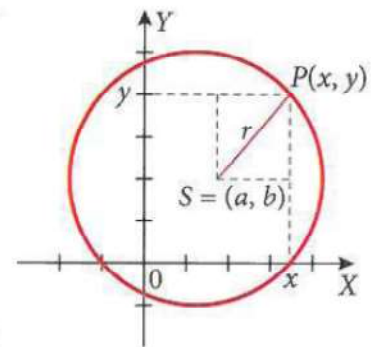


Równanie okręgu o środku w punkcie $S = (a, b)$ i promieniu r (postać kanoniczna równania):

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2.$$

Równanie ogólne okręgu:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0, \text{ gdzie } r = \sqrt{a^2 + b^2 - c}.$$



Nierówność opisująca koło o środku w punkcie $S = (a, b)$ i promieniu r :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 \leq r^2.$$

Wektory

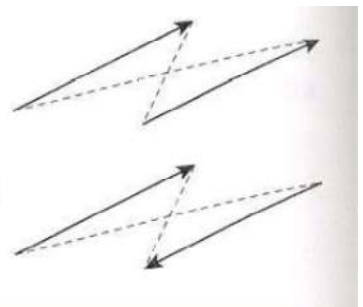
Wektorem nazywamy uporządkowaną parę punktów. Pierwszy z tych punktów to **początek** wektora, a drugi – **koniec** wektora. Początek A wektora $\vec{AB}$ jest **punktem zaczepienia** tego wektora.

Wektor zerowy to wektor, w którym początek i koniec się pokrywają.

Każdemu niezerowemu wektorowi przypisujemy kierunek, zwrot i długość.

Kierunek wektora to kierunek prostej, na której ten wektor leży. **Zwrot wektora** $\vec{AB}$ to ten zwrot prostej AB , w którym A poprzedza B . **Długość wektora** to odległość między początkiem i końcem tego wektora.

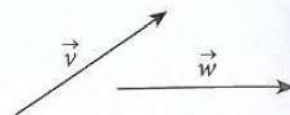
Dwa wektory są **równe**, gdy mają ten sam kierunek, zwrot i długość.



Wektory nazywamy **przeciwnymi**, gdy mają ten sam kierunek i długość, ale przeciwne zwroty.

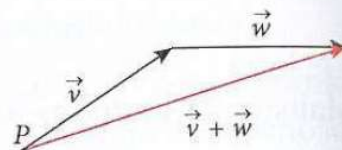
Działania na wektorach

Dane są wektory $\vec{v}$ i $\vec{w}$.



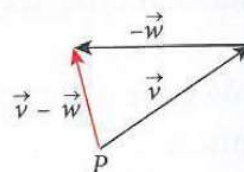
Jeżeli chcesz skonstruować **sumę** wektorów $\vec{v}$ i $\vec{w}$, to:

- wybierz na płaszczyźnie początkowy punkt konstrukcji P ;
- w punkcie P zaczep wektor $\vec{v}$;
- w końcu wektora $\vec{v}$ zaczep wektor $\vec{w}$;
- poprowadź wektor o początku w punkcie P , którego końcem jest koniec wektora $\vec{w}$.



Jeżeli chcesz skonstruować **różnicę** wektorów $\vec{v}$ i $\vec{w}$, to:

- wybierz na płaszczyźnie początkowy punkt konstrukcji P ;
- zaczep w punkcie P wektor $\vec{v}$;
- w końcu wektora $\vec{v}$ zaczep wektor przeciwny do $\vec{w}$;
- poprowadź wektor o początku w punkcie P , którego końcem jest koniec wektora $-\vec{w}$.



Jeśli chcesz skonstruować wektor będący **iloczynem** liczby k przez niezerowy wektor $\vec{v}$, to narysuj wektor o długości równej iloczynowi liczby $|k|$ i długości wektora $\vec{v}$ i o zwrocie wektora $\vec{v}$, jeśli $k > 0$ lub wektor o zwrocie przeciwnym do $\vec{v}$, jeśli $k < 0$.

Wektory w układzie współrzędnych

Współrzędne (składowe) wektora $\vec{AB}$

$$\vec{AB} = [x_B - x_A, y_B - y_A], \vec{u} = [u_x, u_y]$$

Długość wektora $|\vec{AB}|$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Długość wektora $|\vec{u}|$

$$|\vec{u}| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

$$\vec{u} = [u_x, u_y] \text{ i } \vec{v} = [v_x, v_y]$$

Wektor zerowy

$$\vec{O} = [0, 0]$$

Suma wektorów

$$\vec{u} + \vec{v} = [u_x + v_x, u_y + v_y]$$

Różnica wektorów

$$\vec{u} - \vec{v} = [u_x - v_x, u_y - v_y]$$

Iloczyn wektora $\vec{u}$ przez liczbę k

$$k \cdot \vec{u} = [ku_x, ku_y]$$

- Jeżeli $A = (x_A, y_A)$, $B = (x_B, y_B)$, $C = (x_C, y_C)$ i S jest **środkiem ciężkości** trójkąta ABC , to

$$S = \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right).$$

Środek ciężkości trójkąta: punkt przecięcia jego środkowych.

- Obraz punktu $A = (x, y)$ w podanym przekształceniu płaszczyzny.

przekształcenie	obraz A' punktu $A = (x, y)$
przesunięcie równoległe o wektor $\vec{u}$	A' taki, że $\overrightarrow{AA'} = \vec{u}$
symetria względem osi x	$A' = (x, -y)$
symetria względem osi y	$A' = (-x, y)$
symetria względem punktu $(0, 0)$	$A' = (-x, -y)$
jednokładność o środku $(0, 0)$ i skali $k \neq 0$	$A' = (kx, ky)$

PRZYKŁADY

Przykład 6

Zaznaczmy w układzie współrzędnych zbiór wszystkich punktów, których współrzędne spełniają równanie $(x-3)(y-2x+2)|y-3|=0$.

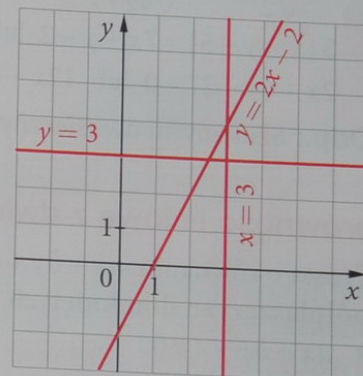
Rozwiązanie

Zauważmy, że

$$\begin{aligned} (x-3)(y-2x+2)|y-3|=0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x-3=0 \text{ lub } y-2x+2=0 \text{ lub } |y-3|=0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x=3 \text{ lub } y=2x-2 \text{ lub } y=3 &\end{aligned}$$

Zatem szukany zbiór jest sumą trzech prostych.

Rozwiąż
z. 45, s. 234



Zaznaczmy w układzie współrzędnych zbiór rozwiązań nierówności $2x - y + 1 > 0$.

Rozwiązanie

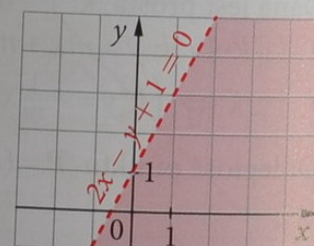
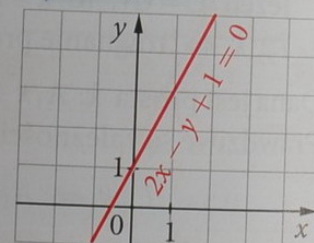
Rysujemy prostą o równaniu $2x - y + 1 = 0$.

Wystarczy teraz sprawdzić jeden punkt poza prostą, aby dokonać właściwego wyboru. Jeżeli brzeg nie przechodzi przez początek układu, to najszybciej sprawdza się położenie względem brzegu tego właśnie punktu. Podstawmy współrzędne $x=0$ i $y=0$ do nierówności. Otrzymujemy:

$$0 - 0 + 1 > 0.$$

Ponieważ nierówność $1 > 0$ jest prawdziwa, więc punkt $(0, 0)$ należy do szukanej półpłaszczyzny. Jest to półpłaszczyzna otwarta.

Rozwiąż
z. 43, s. 234



ZADANIA GEOMETRIA ANALITYCZNA POZIOM PODSTAWOWY

1. VIII 2012, 4 p. Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$ oraz $A = (2, 1)$ i $C = (1, 9)$. Podstawa AB tego trójkąta jest zawarta w prostej $y = \frac{1}{2}x$. Oblicz współrzędne wierzchołka B .

2. VI 2012, 4 p. Punkty $A = (2, 11)$, $B = (8, 23)$, $C = (6, 14)$ są wierzchołkami trójkąta. Wysokość trójkąta poprowadzona z wierzchołka C przecina prostą AB w punkcie D . Oblicz współrzędne punktu D .

3. V 2012, 2 p. Wyznacz równanie symetralnej odcinka o końcach $A = (-2, 2)$ i $B = (2, 10)$.

4. V 2011, 4 p. Okrąg o środku w punkcie $S = (3, 7)$ jest styczny do prostej o równaniu $y = 2x - 3$. Oblicz współrzędne punktu styczności.

Zadanie 1. Równanie prostej k ma postać

$$2x - 3y + 6 = 0.$$

Wyznacz równanie prostej równoległej do prostej k i przechodzącej przez punkt $A = (-2, 4)$.

Zadanie 2. Wyznacz równanie symetralnej odcinka AB , jeżeli

$$A = (-4, -6), \quad B = (2, -4).$$

Zadanie 3. Wykaż, że trójkąt o wierzchołkach

$$A = (1, 1), \quad B = (2, 6), \quad C = (-4, 2)$$

jest trójkątem prostokątnym.

Zadanie 4. Wyznacz równanie prostej zawierającej wysokość trójkąta ABC poprowadzoną z wierzchołka C mając dane:

$$A = (-4, 1), \quad B = (0, 5) \text{ i } C = (2, -2).$$

Zadanie 5. Punkt $A' = (-a + 2, 4)$ jest obrazem punktu $A = (-5, b + 3)$ w symetrii względem osi Ox . Wyznacz a i b .

Zadanie 6. Dany jest punkt $P = (2, 7)$. Wyznacz na osi Ox taki punkt R , aby jego odległość od punktu P wynosiła $\sqrt{74}$.

Zadanie 7. Wyznacz równanie prostej, która jest nachylona do osi OX pod kątem 30° i do której należy punkt o współrzędnych $A = (0, 2)$.

21. **R** Dane są wektory: $\vec{a} = [-4, 2]$, $\vec{b} = [0, 7]$ i $\vec{c} = [1, -3]$. Wyznacz współrzędne i długość wektora $\vec{d} = \frac{1}{2}\vec{a} - 2\vec{b} - 5\vec{c}$.

22. **R** W równoległoboku $ABCD$ dany jest środek symetrii $S = (-1, 6)$ oraz współrzędne wektorów $\vec{AB} = [-8, 5]$ i $\vec{DA} = [2, 3]$. Wyznacz współrzędne wierzchołków tego równoległoboku.

23. **R** Trójkąt o wierzchołkach $A = (-8, 4)$, $B = (4, -2)$, $C = (0, 6)$ przekształcono przez symetrię względem osi y . Wyznacz współrzędne środków boków otrzymanego trójkąta.

24. **R** W trójkącie ABC , w którym AD jest środkową, dane są: $A = (3, -3)$, $\vec{BC} = [6, -2]$ i $\vec{AD} = [-4, 7]$. Wyznacz współrzędne wierzchołków B i C .

25. Punkty $K = (7, -1)$, $L = (10, 8)$ i $M = (1, 2)$ są środkami boków trójkąta. Wyznacz współrzędne jego wierzchołków.

Zadanie 8. Wyznacz pole trójkąta równoramiennego ABC o ramionach AC i BC , w którym podstawa AB jest zawarta w prostej o równaniu

$$y = 2x,$$

a dwa wierzchołki mają współrzędne

$$A = (0, 0), \quad C = (-3, 4).$$

Zadanie 9. W rombie $ABCD$ punkt A ma współrzędne $(1, 1)$, zaś środek jego symetrii ma współrzędne $(3, 3)$. Wyznacz pozostałe wierzchołki rombu, wiedząc, że jego pole jest równe 8.

Zadanie 10. Oblicz pole trójkąta ABC wiedząc, że $A = (-6, 2)$, $C = (3, 2)$, natomiast współrzędne punktu B są rozwiązaniem układu równań:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 4 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

Zadanie 11. Punkt $M = (2, -5)$ jest wierzchołkiem kwadratu. Jeden z jego boków zawiera się w prostej o równaniu $x + 2y - 7 = 0$. Oblicz pole tego kwadratu.

32. Wyznacz równanie symetralnej odcinka o końcach $A = (-13, -11)$ i $B = (7, -6)$.

33. **D** Wykaż, że dla $A = (6, 2)$, $B = (4, 8)$, $C = (-1, 3)$ trójkąt ABC jest równoramienny.

34. **D** Wykaż, że czworokąt o wierzchołkach $A = (-4, 5)$, $B = (2, -7)$, $C = (3, -4)$ i $D = (-1, 4)$ jest trapezem równoramiennym.

35. Dane są wierzchołki trójkąta $A = (3, 11)$, $B = (1, 9)$ i $C = (-3, -1)$. Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt C dzielącej trójkąt na dwie figury o równych polach.

Zadanie 1. Napisz wzór funkcji liniowej, której wykres przecina oś Oy w punkcie $(0, -3)$ i jest prostopadły do prostej $y = 2x - 4$.

Zadanie 2. Uzasadnij, że trójkąt o wierzchołkach $A = (-3, 2)$, $B = (4, -2)$, $C = (1, 4)$ jest trójkątem prostokątnym.

Zadanie 3. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkt $P = (0, 8)$ i środek odcinka AB , gdzie $A = (-1, 3)$, $B = (3, 7)$.

Zadanie 4. Wyznacz brakujące współrzędne punktów $A = (4, y)$, $B = (x, -3)$ tak, aby każdy z nich należał do wykresu funkcji $y = 5 - x$.

Zadanie 5. Dane są punkty $A = (0, 0)$, $B = (5, 2)$, $C = (1, 4)$. Oblicz długość środkowej poprowadzonej z wierzchołka B .

Zadanie 6. Wyznacz równanie osi symetrii trójkąta równoramiennego o wierzchołkach $A = (-2, -3)$, $B = (-1, 2)$, $C = (4, 1)$.

Zadanie 7. Wyznacz współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej wyznaczonej przez punkty $A = (-1, 3)$, $B = (5, -1)$.

Zadanie 8. Oblicz długość najkrótszej wysokości trójkąta o wierzchołkach $A = (8, 0)$, $B = (0, 4)$, $C = (0, 0)$.

Zadanie 9. Dwie proste

$$k: y - 2x - 1 = 0 \quad \text{ i } \quad l: y - x - 3 = 0$$

przecinają się punkcie A . Poprowadzono prostą m przechodzącą przez punkt $C = (4, 1)$ prostopadłą do k i przecinającą l w punkcie B . Oblicz pole trójkąta ABC .

Zadanie 10. Funkcja liniowa f jest opisana wzorem

$$f(x) = (2 - a)x + 3.$$

Wyznacz liczbę a , dla której:

- a) punkt $A = (-5, 7)$ należy do wykresu funkcji f ,
- b) funkcja f jest rosnąca,
- c) wykres funkcji f oraz wykres funkcji g określonej wzorem $g(x) = -0,75x + 6$ przecinają oś Ox w tym samym punkcie.

Zadanie 11. Na prostej $y = 2x$ wyznacz punkt, który jest jednakowo odległy od punktów $A = (3, 1)$, $B = (7, 3)$.

37. Dane są wierzchołki $A = (-6, 2)$ i $B = (8, -6)$ trójkąta prostokątnego ABC . Wyznacz współrzędne wierzchołka kąta prostego C , wiedząc, że leży on na osi rzędnych.

38. Dane są wierzchołki trójkąta $A = (-6, 1)$, $B = (0, -3)$ i $C = (-2, 7)$. Wyznacz współrzędne punktu przecięcia wysokości tego trójkąta.

2.56. Dane są dwa kolejne wierzchołki równoległoboku $ABCD$: $A(-2, -1)$ i $B(6, 3)$. Wiedząc, że przekątne tego równoległoboku przecinają się w punkcie $E(1, 3)$:

- wyznacz współrzędne wierzchołków C, D
- wykaż, że równoległobok $ABCD$ jest prostokątem.

2.57. Punkty: $A(-1, -2)$, $B(4, -7)$, $C(5, 0)$ są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku $ABCD$.

- Oblicz współrzędne wierzchołka D .
- Wykaż, że równoległobok $ABCD$ jest rombem.

2.58. W trapezie $ABCD$ podstawa AB jest dwa razy dłuższa od podstawy CD . Punkt przecięcia przekątnych trapezu ma współrzędne $\left(1, 1\frac{1}{3}\right)$. Wiedząc, że $A(5, 10)$, $B(-7, 2)$, wyznacz współrzędne wierzchołków C i D .

2.59. Wyznacz wartość parametru p , dla której proste k i l są równoległe, jeśli:

- $k: px + 3y - 3 + p = 0$ $l: p^2x - 3y - 9 = 0$
- $k: (p + 2)x - y + p = 0$ $l: -5x + (p - 2)y + 5 = 0$.

Dla wyznaczonego parametru p podaj równania prostych i naszkicuj te proste w prostokątnym układzie współrzędnych.

2.60. Wyznacz wartość parametru m , dla której proste k i l są prostopadłe, jeśli:

- $k: 4x + 3y = 0$ $l: mx - 2y + 6 = 0$
- $k: (m + 1)x + 3y - 12 = 0$ $l: mx - my + 3 = 0$.

Dla wyznaczonego parametru p naszkicuj obie proste w prostokątnym układzie współrzędnych i oblicz współrzędne punktu P przecięcia tych prostych.

2.61. Punkty $A(2, -1)$ oraz $B(-1, -10)$ należą do prostej k . Oblicz, w jakiej odległości od prostej k znajduje się punkt $C(-4, 5)$. Następnie oblicz pole trójkąta ABC .

2.62. Punkty $A(-6, 2)$, $B(2, -6)$, $C(-2, 2)$ są wierzchołkami trójkąta ABC .

- Napisz równania kierunkowe prostych zawierających środkowe AK i BL tego trójkąta.
- Wykaż, że środkowe AK i BL nie są prostopadłe.

2.63. Punkty $A(-5, 2)$, $B(3, -6)$, $C(4, 3)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego. Wyznacz równanie osi symetrii tego trójkąta.

2.64. Punkty $A(2, 3)$ i $B(4, -1)$ są dwoma kolejnymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków tego kwadratu.

2.65. Przekątne AC i BD prostokąta $ABCD$ są zawarte odpowiednio w prostych $l_1: x + 7y - 22 = 0$ oraz $l_2: x + y - 4 = 0$. Bok BC prostokąta zawiera się w prostej $k: 2x - y - 14 = 0$.

- Wyznacz współrzędne wierzchołków A, B, C, D .
- Oblicz odległość punktu przecięcia przekątnych AC i BD od dwóch nierównoległych boków tego prostokąta.

2.66. Dane są punkty $A(-4, 3)$ i $B(0, 0)$ oraz prosta $k: x + 4 = 0$.

- Wyznacz na prostej k punkt C , dla którego trójkąt ABC jest równoramienny. Rozważ trzy przypadki (ze względu na to, który bok jest podstawą tego trójkąta).
- Spośród wyznaczonych punktów w punkcie a) wybierz ten, dla którego pole trójkąta ABC jest największe. Oblicz to pole.

2.67. Punkty $A(1, 7)$, $B(-5, 1)$, $C(7, -5)$ są wierzchołkami trójkąta ABC . Oblicz odległość między środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie a środkiem ciężkości tego trójkąta.

2.68. Dane są punkty $A(-6, 8)$ i $B(2, 4)$ oraz prosta $k: y = x$. Wyznacz na prostej k punkt C , dla którego pole trójkąta ABC jest równe 16.

2.69. Punkty $A(8, -5)$, $B(-1, 4)$, $C(-5, 0)$ i $D(0, -5)$ są wierzchołkami czworokąta $ABCD$.

- Wykaż, że czworokąt ten jest trapezem prostokątnym.
- Oblicz pole trapezu.

2.70. Dane są punkty $A(-9, 0)$, $B(3, -6)$, $C(2, 2)$, $D(-2, 4)$.

- Wykaż, że czworokąt $ABCD$ jest trapezem równoramiennym.
- Wyznacz równanie osi symetrii tego trapezu.
- Oblicz pole trapezu $ABCD$.

2.71. Punkty $A(3, -1)$ i $B(2, 6)$ są kolejnymi wierzchołkami rombu $ABCD$. Punkt $S(-1, 3)$ jest środkiem symetrii tego rombu.

- Wyznacz współrzędne wierzchołków C i D .
- Napisz równania kierunkowe prostych, w których zawierają się przekątne rombu.
- Oblicz obwód i pole tego rombu.
- Oblicz odległość punktu S od boku rombu.