

Zestaw III

(Wyrażenia algebraiczne)

Zadanie 1. Dziedziną funkcji $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$ jest zbiór:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ B. $(-\infty, 2)$ C. $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ D. $(2, 0)$

Zadanie 2. Wyrażenie $(1 - 2x)^2 - 3(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$ dla $x = 2$ przyjmuje wartość:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. -5

Zadanie 3. Dla dowolnych x i y wyrażenie $(x + y)^2$ jest równe wyrażeniu:

- A. $-(x - y)^2$
B. $(-x - y)^2$
C. $(-x + y)^2$
D. $(x - y)^2$

Zadanie 4. Liczba przekątnych n -kąta wypukłego jest równa $\frac{n(n-3)}{2}$ i wynosi 90, jeśli:

- A. $n = 12$
B. $n = 18$
C. $n = 15$
D. $n = 24$

Zadanie 5. Dziedziną wyrażenia $\sqrt{-x+6}$ jest:

- A. $(-\infty, -6) \cup \langle 6, \infty)$ B. $(-\infty, 6)$ C. $(-\infty, 6)$ D. $(-\infty, -6)$

Zadanie 6. Aby wyrażenie $16x^2 - 24x + \bigcirc$ uzupełnić do kwadratu, należy w miejsce $\bigcirc$ wstawić:

- A. -4
B. 9
C. 3
D. 4

Zadanie 7. Zbiór $\mathbb{R} \setminus \{-3, 0, 2\}$ jest dziedziną wyrażenia:

- A. $\frac{x^2+3x+1}{x^2+x-6}$ B. $\frac{x^2-x-2}{x(x+2)(x+3)}$ C. $\frac{3x+2}{x(x-2)(x-3)}$ D. $\frac{2x+1}{x(x-2)(x+3)}$

Zadanie 8. Wyrażenie $(x\sqrt{2} + 2x\sqrt{8})^2$ jest równe:

- A. $18x^2$ B. $-16x^2$ C. $50x^2$ D. $42x^2$

Zadanie 9. Wartość wyrażenia $W(x) = x - x^3$ dla $x = -2$ jest równa:

A. -10

B. -6

C. 10

D. 6

Zadanie 10. Które liczby ze zbioru $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ nie należą do dziedziny wyrażenia wymiernego $\frac{x^2+x-5}{x^3-9x}$?

A. 0, 9

B. -2, -1, 1, 2

C. -3, -1, 1, 3

D. -3, 0, 3

Zadanie 11. Wartość liczbową wyrażenia $(a^2 - 16)(a + 2)$ dla $a = \sqrt{2}$ wynosi:

A. $56\sqrt{2}$ B. $14(\sqrt{2} + 2)$

C. 56

D. $-14(\sqrt{2} + 2)$

Zadanie 12. Wyrażenie $4 - x^2 + 2xy - y^2$ jest równe:

A. $((x - y) - 2)((x - y) + 2)$ B. $((x - y) - 2)^2$ C. $-((x - y) - 2)((x - y) + 2)$ D. $((x - y) + 2)^2$

Zadanie 13. Wyrażenie $(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$ jest równe:

A. $x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - y^3$ B. $x^3 + 8y^3$ C. $x^3 - 8y^3$ D. $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + y^3$

Zadanie 14. Wartość wyrażenia $W(x) = 2x^4 - 5x^2 + 3x - 2$ dla $x = -2$ jest równa:

A. 44

B. 4

C. 40

D. -20

Zadanie 15. Różnica $\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}$ jest równa:

A. 0

B. $\frac{4ab}{a^2-b^2}$ C. $-\frac{4ab}{a^2-b^2}$ D. $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$

Zadanie 16. Dane są wyrażenia $W(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3x - 4$ i $F(x) = -x^2 + 5x - 6$. Wyrażenie $G(x) = W(x) - F(x)$ jest równe:

A. $-4x^3 - 3x^2 + 8x + 2$ B. $4x^3 + 3x^2 - 8x + 2$ C. $4x^3 + 3x^2 - 8x - 2$ D. $-4x^3 - 3x^2 + 8x - 2$

Zadanie 17. Po skróceniu, wyrażenie $\frac{2x^2-4x}{x-2}$ dla $x \neq 2$ jest równe:

A. $2x^2 - 2$ B. $2x$ C. $x^2 - 4$ D. $x - 2$

Zadanie 18. Po wykonaniu działań $\frac{x-2}{x} + \frac{x}{x+2}$ wyrażenie ma postać:

A. $\frac{x^2-2x}{x(x+2)}$ B. $\frac{x^2-4}{x(x+2)}$ C. $\frac{2x^2-4}{x(x+2)}$ D. $\frac{2x^2-2x}{x(x+2)}$

Zadanie 19. Wyrażenie $\frac{x-1}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-1}$ dla $x = 4$ ma wartość:

- A. 0 B. $1\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 6

Zadanie 20. Wyrażenie $x^2 - xy - 2y + 2x$ rozłożone na czynniki ma postać:

- A. $(x - y)(x + 2)$ B. $(x - y)(x - 2)$ C. $(x + y)(x + 2)$ D. $(x + y)(x - 2)$

Zadanie 21. Wspólny mianownik dla wyrażeń $\frac{a}{ax-bx}$ i $\frac{b}{ay-by}$ to:

- A. $xy(a - b)$ B. $abxy$ C. $(a - b)(x + y)$ D. $(a - b)(x - y)$

Zadanie 22. Wartość liczbową wyrażenia $x^3y^2 - y^3x^2$ dla $x = -1$ i $y = -2$ wynosi

- A. 0 B. 4 C. -4 D. 12

Zadanie 23. Wartość wyrażenia $(a - 1)(a^2 + a + 1)$ dla $a = \frac{3}{4}$ jest równa:

- A. $-\frac{37}{64}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $1\frac{27}{64}$

Zadanie 24. Dziedziną wyrażenia $\frac{2-x}{(x+3)(x^2+4x+4)}$ jest zbiór:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-3, 2, 3\}$
B. $\mathbb{R} \setminus \{-3, 2\}$
C. $\mathbb{R} \setminus \{-3, -2\}$
D. $\mathbb{R} \setminus \{-3, -2, 3\}$

Zadanie 25. Para liczb (x, y) , która spełnia równanie $x^2 - 2xy + y^2 = 25$, to:

- A. $(-1, -1)$ B. $(3, 2)$ C. $(-3, -2)$ D. $(0, 5)$

Zestaw IV

(Wyrażenia algebraiczne)

Zadanie 1. Dziedziną wyrażenia wymiernego $\frac{4-x^2}{(x-2)(x^2+4x+4)}$ jest:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1, 2, -4, -8\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ C. $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ D. $\mathbb{R}$

Zadanie 2. Wyznaczając wielkość a ze wzoru $v = v_0 + at$ otrzymamy zależność:

- A. $a = (v - v_0)t$ B. $a = \frac{v-v_0}{t}$ C. $a = \frac{v-t}{v_0}$ D. $a = \frac{t}{v-v_0}$

Zadanie 3. Wartość liczbową wyrażenia $(x + 2y)^2 - (x - 2y)^2$ dla $x = \sqrt{2}$, $y = -\sqrt{2}$ wynosi:

- A. 20 B. 16 C. -16 D. -20

Zadanie 4. Po uproszczeniu wyrażenie $(\frac{3}{x} + \frac{x}{3})^2 - (\frac{x}{3} - \frac{3}{x})^2$, $x \neq 0$ jest równe:

- A. 4 B. 3 C. x D. $3x$

Zadanie 5. Wyrażenie $(x - \sqrt{3})^2 - 2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) + (x + \sqrt{3})^2$ jest równe:

- A. 6 B. $4x^2 + 12$ C. 12 D. 0

Zadanie 6. Wyrażeniem, którego wartość dla $x = 0$ jest równa 1, oraz dla $x = -1$ jest równa 0 jest:

- A. $-x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1$
B. $-x^4 + 2x^3 - x^2 + 3x + 2$
C. $-x^4 + 2x^3 - x^2 - 3x + 1$
D. $-x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1$

Zadanie 7. Dziedziną funkcji $y = \frac{x^2+3x}{x^2-4}$ jest zbiór:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-3, 0\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ C. $\mathbb{R} \setminus \{-3, -2, 0, 2\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

Zadanie 8. Wyrażenie $(2a - 3)^2 - (2a + 3)^2$ po przekształceniu ma postać:

- A. 18 B. -24a C. 0 D. -18

Zadanie 9. Uproszczoną postacią wyrażenia $(2x - 3)(4x^2 + 9)(2x + 3)$ jest:

- A. $16x^4 + 81$ B. $16x^4 - 81$ C. $(4x^2 + 9)^2$ D. $(4x^2 - 9)^2$

Zadanie 10. Wynikiem działania $4(x - 2)^2 - 4(x^2 + 4)$ jest wyrażenie:

- A. $8x^2$ B. $-16x + 32$ C. $-16x$ D. 0

Zadanie 11. Wyrażenie $-4x^4 + 26x^3 - 12x^2$ po rozłożeniu na czynniki może mieć postać:

- A. $2x^2(x+6)(2x-1)$
- B. $-2x^2(x-6)(2x-1)$
- C. $-2x^2(x+6)(2x+1)$
- D. $2x^2(x-6)(2x+1)$

Zadanie 12. Podwojony kwadrat różnicy liczb x i y można zapisać w postaci:

- A. $(2x-2y)^2$
- B. $(2x)^2 - (2y)^2$
- C. $2x^2 - 2y^2$
- D. $2(x-y)^2$

Zadanie 13. Wyrażenie $G(x) = (x^2 - 4)(x^2 + 5x + 6)$ w rozkładzie na czynniki ma postać:

- A. $G(x) = (x-2)^2(x+2)(x+3)$
- B. $G(x) = (x-2)^2(x+2)(x-3)$
- C. $G(x) = (x+2)^2(x-2)(x+3)$
- D. $G(x) = (x+2)^2(x-2)(x-3)$

Zadanie 14. Dziedziną funkcji $f(x) = \frac{x^2-4}{x(x^2+1)}$ jest zbiór:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$
- B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- C. $\mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$
- D. $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$

Zadanie 15. Dane są wyrażenia $W(x) = -8x + 4$, $P(x) = x^2 + 2x - 1$ oraz $Q(x) = 5x^3 - x + 4$. Wyrażenie $\frac{1}{4}W(x)(P(x) - Q(x))$ można zapisać w postaci:

- A. $10x^4 - 7x^3 + 5x^2 - 13x - 5$
- B. $10x^4 - 7x^3 - 5x^2 + 13x - 5$
- C. $10x^4 - 7x^3 + 5x^2 + 13x + 5$
- D. $10x^4 + 7x^3 - 5x^2 + 13x - 5$

Zadanie 16. Wartość wyrażenia $\frac{x^2-1}{x^3-1}$ dla $x = -2$ jest równa:

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $-\frac{1}{3}$
- D. $-\frac{1}{2}$

Zadanie 17. Dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b prawdziwa jest równość:

- A. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 2ab$
- B. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = -4ab$
- C. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 0$
- D. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

Zadanie 18. Wśród poniższych par liczb (x, y) wskaż tę, która spełnia równanie $\frac{x}{y} = \sqrt{2} + 1$.

- A. $x = 2\sqrt{2} + 1, y = 2$
- B. $x = 1, y = \sqrt{2} - 1$
- C. $x = \sqrt{2} + 2, y = 2$
- D. $x = 2, y = \sqrt{2} - 1$

Zadanie 19. Wartość wyrażenia $\frac{2x+\sqrt{1-2x+x^2}}{x-1}$ dla $x = 3$ jest równa:

- A. 4 B. 8 C. 12 D. 10

Zadanie 20. Wyrażenie $x^2 - 5x^4$ po rozłożeniu na czynniki może mieć postać:

- A. $(x - 5x)(x + 5x)x^2$
B. $x^2(1 - \sqrt{5}x)(1 + \sqrt{5}x)$
C. $(1 - 5x)(1 + 5x)x^2$
D. $x^2(1 - \sqrt{5}x)(1 - \sqrt{5}x)$

Zadanie 21. Które z wyrażeń jest równe sumie $\frac{a}{x} + \frac{b}{y}$?

- A. $\frac{ab}{xy}$ B. $\frac{a+b}{xy}$ C. $\frac{ay+bx}{xy}$ D. $\frac{ay+bx}{x+y}$

Zadanie 22. Wartość wyrażenia $\frac{x^3+4x}{x^2}$ dla $x = \sqrt{2}$ wynosi:

- A. $1 + 2\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $\sqrt[3]{8} + 4$ D. $5\sqrt{2}$

Zadanie 23. Dla każdej liczby naturalnej dodatniej n liczba $2^{n+2} - 2^n$ jest wielokrotnością liczby:

- A. 9 B. 5 C. 3 D. 7

Zadanie 24. Wyrażenie $\frac{3}{x-1} - \frac{3}{x}$ jest równe:

- A. $\frac{3}{(x-1)x}$ B. $\frac{9}{(x-1)x}$ C. $\frac{6x+3}{(x-1)x}$ D. 0

Zadanie 25. Dla $y = -\sqrt{2}$ wyrażenie $(\sqrt{2-y} - y)(\sqrt{2-y} + y)$ ma wartość:

- A. $\sqrt{2} + 2$
B. $\sqrt{2}$
C. 2
D. $\sqrt{2} - 2$

Zestaw III

(Wyrażenia algebraiczne)

ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 1. Uprość wyrażenie wymierne:

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}.$$

Zadanie 2. Niech $x + y = 12$ i $x^2 + y^2 = 126$. Oblicz wartość wyrażenia $x \cdot y$.

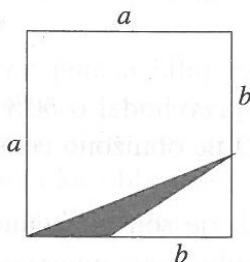
Zadanie 3. Sprawdź, czy poniższa równość jest tożsamością:

$$7(x^2 - 2) - 4(x + 3)(x - 3) = 3x^2 + 22.$$

Zadanie 4. Dany jest prostopadłościan, którego podstawą jest kwadrat o boku długości $x + 5$, a wysokość ma długość $2x + 4$. Podaj wzór, w postaci wyrażenia algebraicznego, opisujący pole powierzchni tego prostopadłościanu. Przekształć to wyrażenie do najprostszej postaci.

Zadanie 5. Dla jakich liczb naturalnych n liczba $\frac{6n+3}{3n+1}$ jest całkowita? Odpowiedź uzasadnij

Zadanie 6. Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego pole zaznaczonego obszaru:



Zadanie 7. Jeden z boków prostokąta jest o 2 cm krótszy, a drugi o 2 cm dłuższy od boku pewnego kwadratu. Który z czworokątów ma większe pole i o ile większe?

ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 8. Uprość wyrażenie:

$$-9(2m - 3) + (m - 3)^3 - (m + 2)(m - 2) - m^3,$$

a następnie oblicz jego wartość dla $m = \sqrt{3}$.

Zadanie 9. Bok kwadratu jest o 4 cm krótszy od przekątnej. Oblicz długość boku tego kwadratu. Wynik przedstaw w postaci $a + b\sqrt{c}$, gdzie $a, b, c \in \mathbb{C}$ i $c > 0$.

Zadanie 10. Wykaż, że jeśli od iloczynu dwóch kolejnych liczb całkowitych odejmiemy trzykrotność mniejszej z nich, to otrzymamy kwadrat liczby o jeden mniejszej od mniejszej z tych liczb pomniejszony o jeden.

Zadanie 11. Liczby a i b przy dzieleniu przez 4 dają tę samą resztę równą 1. Uzasadnij, że różnica kwadratów liczb a i b jest podzielna przez 4.

Zadanie 12. Wykaż, że jeśli $a > 0$, to

$$\frac{a^2 + 1}{a + 1} \geq \frac{a + 1}{2}.$$

Zadanie 13. Jeden bok prostokąta wydłużono o $p\%$, a drugi skrócono o $p\%$, gdzie $p \in \mathbb{C}$. Pole prostokąta zmniejszyło się o mniej niż 1% . Wyznacz wszystkie możliwe wartości p .

Zestaw IV

(Wyrażenia algebraiczne)

ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 1. Wyznacz R_1 ze wzoru

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Zadanie 2. Wyrażenie

$$\left(\frac{-2}{x} \sqrt[4]{x^2 y}\right)^3$$

zapisz w postaci $Ax^p y^q$.

Zadanie 3. Podaj dziedzinę, a następnie wykonaj działanie i przedstaw wynik w jak najprostszej postaci:

$$\frac{2}{x^2 - x} - \frac{3}{x^2 + x}.$$

Zadanie 4. Dla jakich wartości liczb a i b wyrażenia:

$$U(x) = (a^2 - 1)x^3 + (b - a)x^2 + a(a - 1)x + 4 \text{ i } W(x) = 4x^2 + 4$$

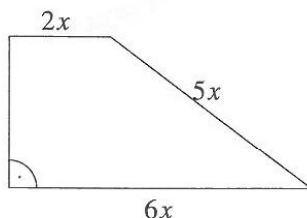
są równe?

Zadanie 5. Oblicz wartość wyrażenia:

$$(2x + 3y) \cdot (2x - 3y) - (2x - 3y)^2$$

dla $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{8}$.

Zadanie 6. Pole trapezu, przedstawionego na rysunku, przedstaw w postaci wyrażenia algebraicznego.



Zadanie 7. Wykaż, że suma kwadratów trzech kolejnych liczb naturalnych parzystych jest podzielna przez 4.

ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 8. Jeden z prostokątów ma boki długości

$$n^3 - n \quad \text{ i } \quad n - 1,$$

drugi

$$n^3 - n^2 \quad \text{ i } \quad n^2 - 1,$$

gdzie n jest ustaloną liczbą naturalną i $n \geq 2$. Wykaż, że prostokąty te mają równe obwody i oblicz stosunek pól tych prostokątów.

Zadanie 9. Jeden kilogram truskawek kosztuje t złotych, a jeden kilogram czereśni jest o 1,50 zł droższy. Kupiono pięć kilogramów truskawek oraz pewną ilość czereśni. Ile kupiono kilogramów czereśni, skoro za zakupy zapłacono 20 zł?

Zadanie 10. Reszta z dzielenia liczby 998 przez liczbę naturalną n jest równa 8, zaś reszta z dzielenia liczby 133 przez tę samą liczbę naturalną n jest równa 7. Znajdź liczbę n .

Zadanie 11. Wykaż, że dla dowolnych $a \in \mathbb{R}_+$ i $b \in \mathbb{R}_+$ zachodzi nierówność:

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab}.$$

Zadanie 12. W trójkącie prostokątnym długość jednej z przyprostokątnych i długość przeciwprostokątnej są kolejnymi liczbami parzystymi. Druga przyprostokątna ma długość 6. Oblicz obwód i pole tego trójkąta.

Zadanie 13. Wyznacz liczby naturalne p, q, r , które są liczbami pierwszymi spełniającymi warunek:

$$p \cdot q \cdot r = 5(p + q + r).$$