

Zestaw V

(Równania i nierówności)

Zadanie 1. Liczba a , dla której rozwiązaniem równania $2(x - a) + 5 = 3x - 1$ jest liczba $x = 5$ wynosi:

A. 5

B. -4

C. 0,5

D. 0

Zadanie 2. Wartość k , dla której jeden z pierwiastków równania $x^2 + 9x + k = 0$ jest równy -3 , jest równa:

A. -6

B. -18

C. 18

D. 6

Zadanie 3. Zbiorem rozwiązań nierówności $3x^2 + 2x - 1 \leq 0$ jest:

A. $(-\infty; -1) \cup \langle \frac{1}{3}; \infty)$ B. $(-1; \frac{1}{3})$ C. $(-\infty; -1) \cup (\frac{1}{3}; \infty)$ D. $\langle -1; \frac{1}{3} \rangle$

Zadanie 4. Zbiorem rozwiązań nierówności $-x^2 + 2x - 1 < 0$ jest:

A. zbiór pusty

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ C. $\mathbb{R}$ D. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Zadanie 5. Liczba całkowitych rozwiązań równania $2x(x^2 - 5) = 0$ jest równa:

A. dwa

B. zero

C. jeden

D. trzy

Zadanie 6. Zbiorem rozwiązań nierówności $-x^2 + 5x > 0$ jest:

A. $(0, 5)$ B. $(-\infty, 0) \cup (5, \infty)$ C. $(-5, 0)$ D. $\mathbb{R}$

Zadanie 7. Rozwiązaniem równania $\frac{5x+4}{2x-1} = 3$ jest:

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. 7

D. $-\frac{4}{5}$

Zadanie 8. Najmniejszą liczbą spełniającą równanie $(x + 3)(x^2 - 1) = 0$ jest:

A. -3

B. -1

C. -5

D. 3

Zadanie 9. Wskaż funkcję kwadratową, której miejsca zerowe to -2 i 3 .

A. $y = -x^2 - 5x + 6$ B. $y = x^2 + x - 6$ C. $y = x^2 - 5x + 6$ D. $y = x^2 - x - 6$

Zadanie 10. Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 2x - 2y = -1 \\ 3x + 2y = 26 \end{cases}$ jest para liczb:

A. $\begin{cases} x = 5 \\ y = \frac{9}{2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 5 \\ y = \frac{11}{2} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 5 \\ y = -\frac{9}{2} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 5 \\ y = -\frac{11}{2} \end{cases}$

Zadanie 11. Równanie $2x^2 - 4x - 3 = 0$:

- A. nie ma rozwiązań
B. ma jedno rozwiązanie
C. ma dwa rozwiązania
D. ma nieskończenie wiele rozwiązań

Zadanie 12. Zbiorem rozwiązań nierówności $-x^2 + 3x > 0$ jest:

- A. $(-\infty, 0) \cup (3, \infty)$
B. $(-\infty, 3)$
C. $(0, 3)$
D. $(3, \infty)$

Zadanie 13. Wszystkie liczby spełniające równanie $2(x-2)^2 = (x-2)(x+3)$ to:

- A. $x = -2$ i $x = -1$
B. $x = 7$
C. $x = 2$ i $x = 7$
D. $x = 1$ i $x = 2$

Zadanie 14. Liczba rozwiązań równania $\frac{x^2-5}{5-x} = 0$, to:

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3

Zadanie 15. Ile jest liczb całkowitych dodatnich spełniających nierówność $1 - \frac{x}{3} \geq \frac{x}{6}$?

- A. 0
B. 1
C. 2
D. nieskończenie wiele

Zadanie 16. Podzbiór zbioru liczb naturalnych dodatnich spełniających nierówność $(3-x)(3+x) > 0$ ma:

- A. dwa elementy
B. 5 elementów
C. 4 elementy
D. nieskończenie wiele elementów

Zadanie 17. Układ równań $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x = -1 \end{cases}$:

- A. ma dokładnie jedno rozwiązanie
B. nie ma rozwiązań
C. ma dwa rozwiązania
D. ma nieskończenie wiele rozwiązań

Zadanie 18. Średnia arytmetyczna siedmiu liczb jest równa 3. Po dołączeniu do nich liczby 11 średnia arytmetyczna tych liczb będzie równa:

- A. 6
B. 3
C. 4
D. 10

Zadanie 19. Zbiorem rozwiązań nierówności $-(x-1)^2 \geq 5(x-1)$ jest:

- A. $(-\infty, 4)$
B. $\langle -4, 1 \rangle$
C. $(-\infty, -4) \cup \langle 1, \infty \rangle$
D. $\langle 1, \infty \rangle$

Zadanie 20. Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$ jest para liczb:

- A. $\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$
B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$
D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$

Zadanie 21. Zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x < \frac{1}{4}x - \frac{1}{6}$ jest przedział:

- A. $(-2, \infty)$ B. $(2, \infty)$ C. $(-\infty, 2)$ D. $(2, \infty)$

Zadanie 22. Rozwiązaniem równania $3(3 - x)^2 = 27$ jest zbiór:

- A. $\{0, 6\}$ B. $\{-3, 3\}$ C. $\{0\}$ D. $\{-3, 6\}$

Zadanie 23. Ojciec ma 35 lat, a syn 8. Odpowiedź na pytanie: *Za ile lat ojciec będzie trzy razy starszy od syna?*, określa równość:

- A. $35 + x > 3(8 + x)$
B. $3(35 + x) = 8 + x$
C. $35 + x = 3(8 + x)$
D. $35 + x < 3(8 + x)$

Zadanie 24. Iloczyn dwóch liczb dodatnich, z których jedna jest o 12 większa od drugiej, jest równy 925. Liczbami tymi są:

- A. 25, 37 B. 37, 49 C. 25, 13 D. -37, -25.

Zadanie 25. Równanie $a^2x - 7 = 49x + a$ ma nieskończenie wiele rozwiązań, gdy:

- A. $a = 7$ B. $a = -7$ C. $a = 0$ D. $a = 49$

edział:
D. $\langle 2, \infty \rangle$

. $\{-3, 6\}$

lat ojciec

12 więk-

37, -25.

związań,

l. $a = 49$

Zestaw VI

(Równania i nierówności)

Zadanie 1. Iloczyn dwóch liczb naturalnych, z których jedna jest większa drugiej o 2, wynosi 15. Są to liczby:

- A. 3 i 5 B. $\frac{15}{2}$ i 2 C. -3 i -5 D. 7 i 8

Zadanie 2. Ile punktów wspólnych z osią OX ma wykres funkcji kwadratowej $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$?

- A. 2 B. 0 C. 1 D. 3

Zadanie 3. Aby układ $\begin{cases} ay - 3x = -2 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$ był układem nieoznaczonym należy w miejsce a wstawić:

- A. 10 B. -5 C. 5 D. -10

Zadanie 4. Zbiorem rozwiązań nierówności $3x - 4x(x + 3) \leq 6 - (2x + 1)$ jest:

- A. $(1, \infty)$ B. $\langle -1, \infty \rangle$ C. $\langle 1, \infty \rangle$ D. $(-1, \infty)$

Zadanie 5. Wszystkie liczby spełniające równanie $3x^2 + 4x - 4 = 0$, to:

- A. $x_1 = -1$ B. $x_1 = 4$ C. $x_1 = -2$ i $x_2 = \frac{2}{3}$ D. $x_1 = 2$ i $x_2 = -\frac{2}{3}$

Zadanie 6. Długość boku kwadratu, którego pole jest równe obwodowi, wynosi:

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

Zadanie 7. Wśród par spełniających układ równań $\begin{cases} y = x + 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ jest par liczb:

- A. $(2, -3)$ B. $(-2, 3)$ C. $(-1, 4)$ D. $(-2, -4)$

Zadanie 8. Rozwiązaniem równania $\frac{3}{2x-1} = 2$ jest liczba:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $1\frac{1}{4}$ C. $-\frac{5}{4}$ D. 1

Zadanie 9. Zbiorem rozwiązań nierówności $2x^2 - 8 > 0$ jest:

- A. $(-\infty, -2) \cup \langle 2, \infty \rangle$ B. $(-2, 2)$ C. $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$ D. $\langle -2, 2 \rangle$

Zadanie 10. Liczba rozwiązań równania $2x(x^2 - 1)(x^2 + 4) = 0$ jest równa:

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 5

Zadanie 11. Rozwiązaniem równania $x^2 + x = (x + 1)^2 - 7(x + 2)$ jest liczba:

A. $\frac{15}{8}$

B. $-\frac{13}{6}$

C. $\frac{15}{6}$

D. $-\frac{13}{8}$

Zadanie 12. Jaki wielokąt wypukły ma 4 razy więcej przekątnych niż boków?

A. dziesięciokąt

B. jedenastokąt

C. dwunastokąt

D. trzynastokąt

Zadanie 13. Przedział $\langle -1, 5 \rangle$ jest zbiorem rozwiązań nierówności:

A. $-2(x + 5)(x + 1) \geq 0$

B. $-2(x - 5)(x + 1) \geq 0$

C. $2(x - 5)(x - 1) \leq 0$

D. $-2(x - 5)(x + 1) > 0$

Zadanie 14. W klasach I i II było razem 66 uczniów. W wycieczce szkolnej wzięło udział 80% uczniów klasy I i 75% uczniów klasy II, co stanowiło razem 51 osób. Jeżeli przyjmiemy oznaczenia x – liczba uczniów klasy I, y – liczba uczniów klasy II, to treść zadania opisuje układ równań:

A.
$$\begin{cases} x + y = 66 \\ 80x + 75y = 51 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x + y = 66 \\ 0,08x + 0,075y = 51 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x + y = 66 \\ 0,8x + 0,75y = 51 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x + y = 51 \\ 0,8x + 0,75y = 66 \end{cases}$$

Zadanie 15. Zbiorem rozwiązań nierówności $-3(x - 2)(5 + x) \geq 0$ jest:

A. $\langle -5, 2 \rangle$

B. $(-5, 2)$

C. $(-\infty, -5) \cup (2, \infty)$

D. $(-\infty, -5) \cup \langle 2, \infty \rangle$

Zadanie 16. Rozwiązaniem równania $3x = 2 + x\sqrt{5}$ jest liczba:

A. $\frac{3+\sqrt{5}}{14}$

B. $1 - \sqrt{5}$

C. $\frac{3+\sqrt{5}}{-2}$

D. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

Zadanie 17. Liczby 1, -3 są jedynymi pierwiastkami równania:

A. $x(x^2 + 2x - 3) = 0$

B. $(x + 3)(x^2 - 1) = 0$

C. $(x - 1)^2(x^2 + 6x + 9) = 0$

D. $(x + 1)(x^2 - 6x + 9) = 0$

Zadanie 18. Najmniejszą z liczb spełniających równanie $4x^3 + 5x^2 + x = 0$ jest:

A. -1

B. $-\frac{1}{4}$

C. 1

D. 0

Zadanie 19. Podczas turnieju szachowego rozegrano dziesięć partii, przy czym każdy z każdym rozgrywał jedną partię. Wynika z tego, że liczba uczestników turnieju wynosiła:

A. 4

B. 10

C. 5

D. 20

Zadanie 20. Liczba punktów wspólnych prostej $y = -x$ z wykresem funkcji $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$ wynosi:

A. 1

B. 2

C. 0

D. 3

Zadanie 21. Ile liczb pierwszych należy do zbioru rozwiązań nierówności kwadratowej $(x + 1)(x - 10) < 0$?

- A. 5 B. 4 C. więcej niż 10 D. 6

Zadanie 22. Suma dwóch liczb wynosi 4, a ich różnica wynosi 2. Ich iloczyn równa się:

- A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

Zadanie 23. Największa liczba naturalna spełniająca nierówność $\frac{n+15}{n} > 3$, to:

- A. 6 B. 7 C. 8 D. nie istnieje

Zadanie 24. Krzys pomyślał liczbę. Najpierw pomnożył ją przez 5, a następnie do wyniku dodał 7. Otrzymał wynik 102. Liczba pomyślana przez Krzysia:

- A. jest parzysta
B. jest podzielna przez 3
C. jest podzielna przez 5
D. jest pierwsza

Zadanie 25. Pewna koszykarka zdobyła w 13 rzutach 33 punkty. Każdy z rzutów był oceniony za 2 albo za 3 punkty. Liczba rzutów za 3 punkty wynosiła:

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

Zestaw V

(Równania i nierówności)

ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 1. Ile liczb pierwszych spełnia nierówność

$$x(x+5) \leq 150 ?$$

Zadanie 2. Rozwiąż równanie:

$$\frac{3x-6}{x^2-4} = 2.$$

Zadanie 3. Rozwiąż równanie

$$2x+1 = 2 - \sqrt{3}x$$

i rozstrzygnij, czy rozwiązanie jest liczbą wymierną.

Zadanie 4. Obwód czworokąta jest równy 44. Wyznacz długości boków tego czworokąta wiedząc, że są one kolejnymi liczbami parzystymi.

Zadanie 5. Wykaż, że rozwiązaniem równania

$$2(2-x) - x = 18 - 3(2x-7) - 2x$$

jest liczba pierwsza.

Zadanie 6. Świeży arbuz ważył 4 kg. W wyniku przechowywania ilość wody w arbuzie zmniejszyła się z 99% do $98\frac{2}{3}\%$. Jak zmieniła się masa tego arbuza?

Zadanie 7. Jeżeli od pięciokrotności pewnej liczby x odejmiemy jej odwrotność, to otrzymamy 4. Jaka to liczba?

Zadanie 8. W sklepie są wafle po 8 zł i po 12 zł za kilogram. Sprzedawca chce zrobić mieszankę tych wafli w cenie 11 zł za kilogram. Ile wafli każdego rodzaju powinien zmieszać, aby otrzymać 20 kg mieszanki?

ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 9. Rozwiąż nierówność

$$(x-3)^2 - \frac{x^2-3}{3} - 9 < \frac{(x-2)(x+2)}{6} + \frac{1}{2}x^2$$

- a) Podaj najmniejszą liczbę naturalną spełniającą tę nierówność.
b) Ze zbioru rozwiązań tej nierówności wybierz taką liczbę naturalną, aby ta liczba i liczba do niej przeciwna spełniały tę nierówność.

Zadanie 10. W roku 2015 na uroczystości urodzinowej ktoś spytał jubilata ile ma lat. Jubilat odpowiedział: jeżeli swój wiek sprzed 27 lat pomnożę przez swój wiek który będę miał za 15 lat, to otrzymam rok swego urodzenia. Oblicz, ile lat ma ten jubilat.

Zadanie 11. Kwadrat piątej części stada małąp pomniejszonej o 3 schował się w jaskini. Jedna małpa pozostała na drzewie. Ile małąp liczy stado?

Zadanie 12. Wyznacz liczby b i c , aby zbiorem rozwiązań nierówności

$$2x^2 + bx + c < 0$$

był przedział $(3, 5)$.

Zadanie 13. Rozważmy wszystkie prostopadłościany, w których stosunek długości krawędzi podstawy wynosi 3:1, a suma długości wszystkich krawędzi jest równa 32 dm. Wyznacz wymiary tego prostopadłościanu, którego pole powierzchni całkowitej jest największe.

Zestaw VI

(Równania i nierówności)

ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 1. Wykaż, że liczba 3^{54} jest rozwiązaniem równania

$$243^{11} - 81^{14} + 7x = 9^{27}.$$

Zadanie 2. Liczby $2a - 2$, $2a + 2$, $a + 1$ są długościami boków trójkąta. Do jakiego przedziału liczbowego należy liczba a ?

Zadanie 3. Rozwiąż równanie:

$$\frac{x+1}{4x} = \frac{1}{x-1}.$$

Zadanie 4. Rozwiązaniem układu równań

$$\begin{cases} ax + by = 9 \\ bx - ay = 13 \end{cases}$$

jest para liczb $x = 3$ i $y = -1$. Wyznacz a i b .

Zadanie 5. Suma kwadratu pewnej liczby i kwadratu liczby od niej o 3 mniejszej jest równa 17. Znajdź te liczby.

Zadanie 6. Rozwiąż nierówność:

$$(x-4)^2 + (x-4)(x+2) \geq 0.$$

Zadanie 7. Koszt wypożyczenia motorówki w przystani A opisuje wzór

$$A(x) = 60 + 25x,$$

zaś w przystani B wzór

$$B(x) = 40 + 30x,$$

gdzie x oznacza liczbę godzin. Oblicz, przy jakiej liczbie godzin wypożyczenie motorówki w przystani B jest korzystniejsze.

ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 8. Suma cyfr liczby trzycyfrowej wynosi 15. Jeśli zamienimy miejscami cyfrę setek i cyfrę jedności, to otrzymamy liczbę o 396 większą. Znajdź tę liczbę, jeśli wiadomo, że cyfra środkowa jest średnią arytmetyczną cyfr skrajnych.

Zadanie 9. Z jednego punktu wyruszają jednocześnie w tym samym kierunku trzy ciała z prędkościami odpowiednio równymi 20 km/h, 40 km/h, 60 km/h. Drugie ciało rozpoczyna ruch o 2 godziny później niż pierwsze. Po jakim czasie od chwili rozpoczęcia ruchu przez drugie ciało powinno wyruszyć trzecie ciało, aby dogonić pierwsze ciało równocześnie z drugim?

Zadanie 10. Stosunek obwodów dwóch kwadratów jest równy $\frac{1}{3}$. Oblicz długości boku każdego z nich, jeżeli wiadomo, że suma pól kwadratów jest równa 160 cm^2 .

Zadanie 11. Funkcja f określona jest wzorem:

$$f(x) = mx^2 + 4x + 1.$$

Wyznacz te wartości liczby m , dla których wierzchołek paraboli, będącej wykresem funkcji f , leży na prostej $y = -x - 5$.

Zadanie 12. Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z takich, że $x + y + z = 0$, prawdziwa jest nierówność

$$xy + yz + zx \leq 0.$$

Możesz skorzystać z tożsamości:

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz.$$