

Zestaw VII

(Funkcje)

Zadanie 1. Miejscem zerowym funkcji $f(x) = -\frac{1}{3}x + 5$ jest liczba:

A. 5

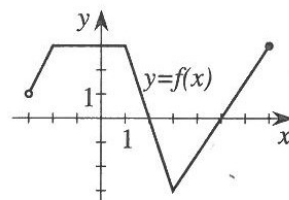
B. 15

C. $-\frac{1}{3}$

D. 0

Zadanie 2. Zbiorem wartości funkcji $y = -2x^2 + 12x + 1$ jest:A. $(-\infty, 19)$ B. $(-\infty; 1)$ C. $\mathbb{R}$ D. $\langle 1; \infty)$ **Zadanie 3.** Dziedziną funkcji $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 - 2x + 8}{9 - x^2}$ jest:A. $\mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ C. $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ D. $\{-3, 3\}$ **Zadanie 4.** Wskaż funkcję kwadratową, której miejsca zerowe to -2 i 3 .A. $y = -x^2 - 5x + 6$ B. $y = x^2 + x - 6$ C. $y = x^2 - 5x + 6$ D. $y = x^2 - x - 6$ **Zadanie 5.** Wskaż funkcję, której dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych:A. $f(x) = (\sqrt{x})^2$ B. $f(x) = (\sqrt{x-1})^2$ C. $f(x) = \sqrt{x^2}$ D. $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ **Zadanie 6.** Funkcję $y = f(x)$ przedstawiono na wykresie obok. Wskaż zdanie prawdziwe:A. zbiorem wartości jest przedział $\langle -3, 3 \rangle$ B. funkcja jest stała w przedziale $\langle -2, 7 \rangle$ C. dziedziną funkcji jest przedział $\langle -3, 8 \rangle$

D. miejscami zerowymi funkcji są liczby 2 i 5

**Zadanie 7.** Wykres funkcji $y = 2(x - 3)^2 + 5$ powstał w wyniku przesunięcia wykresu funkcji $y = 2x^2$ o:

A. 3 jednostki w lewo i 5 jednostek w dół

B. 3 jednostki w prawo i 5 jednostek w górę

C. 3 jednostki w prawo i 5 jednostek w dół

D. 3 jednostki w lewo i 5 jednostek w górę

Zadanie 8. Prosta $y = ax + b$, dla $a < 0$ i $b > 0$ przechodzi przez ćwiartki układu współrzędnych:

A. I, II, III

B. II, III, IV

C. I, III, IV

D. I, II, IV

Zadanie 9. Wykres funkcji kwadratowej $f(x) = 2(x - 1)^2 - 4$ nie ma punktów wspólnych z prostą o równaniu:A. $y = -5$ B. $y = -4$ C. $y = 1$ D. $y = -1$

Zadanie 10. Punkt $A = (\sqrt{2}, -6)$ należy do wykresu funkcji $y = 2\sqrt{2}x + b$, gdy współczynnik b jest równy:

- A. $-13\sqrt{2}$ B. 10 C. $13\sqrt{2}$ D. -10

Zadanie 11. Funkcja f określona wzorem $f(x) = (m - 2)x + 3$ jest funkcją malejącą, gdy:

- A. $m > 2$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = 3$

Zadanie 12. Najmniejsza wartość funkcji kwadratowej $f(x) = -2x^2 + 8x + 2$, gdy $x \in \langle -1, 4 \rangle$ jest równa:

- A. $f(-1)$ B. $f(2)$ C. $f(3)$ D. $f(4)$

Zadanie 13. Pierwiastkiem równania $x^2 + bx + c = 0$ jest liczba 7. Drugi pierwiastek istnieje i też jest liczbą całkowitą. Liczba c jest równa:

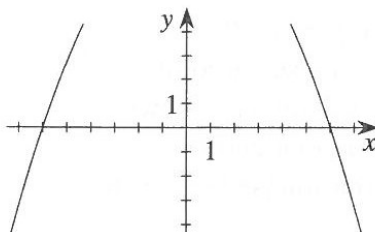
- A. 24 B. 15 C. 8 D. 21

Zadanie 14. Punkt $W = (-3, 2)$ jest wierzchołkiem wykresu funkcji kwadratowej. Wzorem tej funkcji jest:

- A. $f(x) = x^2 - 3x + 2$
B. $f(x) = 3(x + 3)^2 + 2$
C. $f(x) = (x - 3)^2 + 2$
D. $f(x) = -2(x + 2)^2 - 3$

Zadanie 15. Dany jest fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + c$. Wierzchołkiem paraboli, która jest wykresem tej funkcji, jest punkt o współrzędnych:

- A. $W = (0, 9)$
B. $W = (0, 4)$
C. $W = (9, 0)$
D. $W = (0, 6)$



Zadanie 16. Najmniejszą liczbą naturalną należącą do dziedziny funkcji $f(x) = \sqrt{6x - 2}$ jest:

- A. 0 B. 1 C. 6 D. 2

Zadanie 17. Do wykresu funkcji $y = x^2 - 4x + 4$ nie należy punkt:

- A. $(-2, 16)$ B. $(-3, 25)$ C. $(4, 4)$ D. $(1, -1)$

Zadanie 18. Przesuwając wykres funkcji $y = x^2$ o dwie jednostki w prawo otrzymujemy wykres funkcji o wzorze:

- A. $y = x^2 + 2$ B. $y = x^2 - 2$ C. $y = (x + 2)^2$ D. $y = (x - 2)^2$

Zadanie 19. O ile wzrośnie wartość funkcji liniowej $y = 5x - 2$, jeśli argument wzrośnie o 3?

- A. 13 B. 14 C. 15 D. 16

Zadanie 20. Współrzędne wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji $y = -2(x + 1)^2 - 3$ wynoszą:

- A. (1, -3) B. (-1, -3) C. (-1, 3) D. (1, 3)

Zadanie 21. Prosta $y = \sqrt{3}x - 2$ jest nachylona do osi Ox pod kątem:

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 0°

Zadanie 22. Do wykresu funkcji $f(x) = 0,5^x$ należy punkt:

- A. (-1, 5) B. (0, 0,5) C. (2, 25) D. (-2, 4)

Zadanie 23. Funkcja $f(x) = x^2 - 4x$ jest rosnąca w przedziale:

- A. $\langle 0, \infty \rangle$ B. $\langle 2, \infty \rangle$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, 2)$

Zadanie 24. Oto fragment tabelki pewnej funkcji liniowej

x	1	2	6
$f(x)$	-4	-1	

W puste miejsce w tabeli należy wstawić liczbę:

- A. 2 B. 3 C. 8 D. 11

Zadanie 25. Funkcja $f(x) = 3^x$:

- A. jest malejąca i ma miejsca zerowe
B. jest malejąca i nie ma miejsc zerowych
C. jest rosnąca i ma miejsca zerowe
D. jest rosnąca i nie ma miejsc zerowych

Zestaw VIII

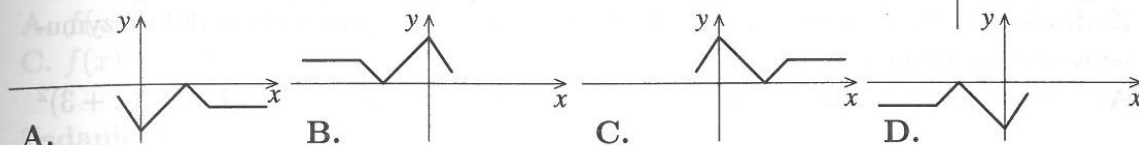
(Funkcje)

Zadanie 1. Funkcja kwadratowa określona wzorem $f(x) = x^2 + bx + c$ ma miejsca zerowe -2 i 3 . Wskaż wartości współczynników b i c .

- A. $b = -1, c = -6$ B. $b = -2, c = -3$ C. $b = 1, c = 6$ D. $b = 2, c = -3$

Zadanie 2. Wykres przedstawia funkcję $y = f(x)$.

Wskaż wykres funkcji $y = -f(-x)$.

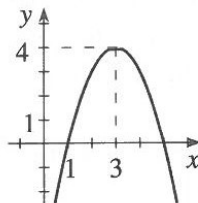


Zadanie 3. Wzór funkcji $f(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$ w postaci kanonicznej to:

- A. $f(x) = \frac{3}{4}\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}$
 B. $f(x) = \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}$
 C. $f(x) = \frac{3}{4}\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}$
 D. $f(x) = \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}$

Zadanie 4. Funkcję kwadratową przedstawioną na rysunku opisuje wzór:

- A. $f(x) = -x^2 + 6x - 5$
 B. $f(x) = -x^2 + 4x + 5$
 C. $f(x) = -x^2 + 3x - 2$
 D. $f(x) = -x^2 - 2x + 15$



Zadanie 5. Zbiorem wartości funkcji $y = x^2 - 6x + 11$ jest:

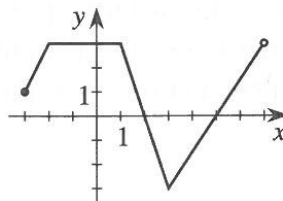
- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 3)$ C. $(3, \infty)$ D. $(2, \infty)$

Zadanie 6. Funkcja $f(x) = x^2 + bx + c$ osiąga wartość najmniejszą równą 4 dla $x = 2$, jeśli:

- A. $b = -4, c = 8$ B. $b = 4, c = -8$ C. $b = -4, c = -8$ D. $b = 4, c = 8$

Zadanie 7. Zbiór wartości funkcji przedstawionej na rysunku, to:

- A. $(-3, 3)$
 B. $(-3, 7)$
 C. $(-3, 3)$
 D. $(-3, 3)$



Zadanie 8. Wartość pewnej funkcji liniowej dla $x = 5$ wynosi 4 i jest ona dwa razy większa od wartości tej funkcji dla $x = 1$. Wartość tej funkcji dla $x = 3$ wynosi:

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Zadanie 9. Gdy wykres funkcji $y = 5^x$ przesuniemy o 3 jednostki w dół i o 2 jednostki w lewo, to otrzymamy funkcję daną wzorem:

- A. $y = 5^{x+2} - 3$ B. $y = 5^{x-3} - 2$
C. $y = 5^{x+3} - 2$ D. $y = 5^{x-2} - 3$

Zadanie 10. Przesuwając wykres funkcji $y = x^2$ o trzy jednostki w dół otrzymujemy wykres funkcji:

- A. $y = x^2 + 3$ B. $y = x^2 - 3$ C. $y = (x - 3)^2$ D. $y = (x + 3)^2$

Zadanie 11. Wykresy funkcji $f(x) = 9 - x^2$ i $g(x) = x^2 - 9$:

- A. są symetryczne względem osi Ox
B. są symetryczne względem osi Oy
C. są symetryczne względem osi Ox i osi Oy
D. nie są symetryczne

Zadanie 12. Funkcja f opisana jest wzorem $f(x) = -\frac{3}{x}$. Zatem:

- A. dziedziną funkcji f jest zbiór liczb całkowitych
B. funkcja f przyjmuje tylko wartości ujemne
C. funkcja f ma tylko jedno miejsce zerowe
D. dla argumentu $\sqrt{3}$ funkcja f przyjmuje wartość $-\sqrt{3}$

Zadanie 13. Największa wartość funkcji kwadratowej $f(x) = 4 - (x - 3)^2$ w przedziale $\langle 1, 4 \rangle$ wynosi:

- A. 0 B. 4 C. 3 D. 5

Zadanie 14. Dla pewnego argumentu wartość funkcji wykładniczej $f(x) = 2^x$ jest równa $8\sqrt{2}$. Argumentem tym jest:

- A. 2 B. $3\frac{1}{2}$ C. 3 D. $2\frac{1}{2}$

Zadanie 15. O funkcji $y = -2x + 7$ powiemy, że jest:

- A. malejąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $(-2, 0)$
B. rosnąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $(0, 7)$
C. rosnąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $(-2, 0)$
D. malejąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $(0, 7)$

Zadanie 16. Prosta o równaniu $y = a$ nie ma punktów wspólnych z wykresem funkcji $y = x^2 - 2x - 3$, gdy:

- A. $a < -4$ B. $a > -4$ C. $a < 4$ D. $a < -1$

Zadanie 17. Równanie prostej o współczynniku kierunkowym $a = 2$, i której wykres przechodzi przez punkt $P = (0, -5)$ ma postać:

- A. $y = -2x + 5$ B. $y = 2x - 5$ C. $y = 2x + 5$ D. $y = 2x$

Zadanie 18. Zbiorem wartości funkcji kwadratowej f jest przedział $(-\infty, 2)$. Funkcja f ma wzór:

- A. $f(x) = -(x - 3)^2 + 2$ B. $f(x) = x^2 + 2$
C. $f(x) = (x + 1)^2 - 2$ D. $f(x) = -(x + 2)^2$

Zadanie 19. Wskaż funkcję liniową o tym samym miejscu zerowym co funkcja $y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$.

- A. $y = 3x + 4$ B. $y = 3x - 4$ C. $y = 4x - 3$ D. $y = x + \frac{4}{3}$

Zadanie 20. Zbiór $\langle 0, \infty \rangle \setminus \{1\}$ jest dziedziną funkcji:

- A. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x-1}$ B. $f(x) = |x| - \frac{1}{x-1}$
C. $f(x) = \frac{1}{x-1} + \sqrt{x}$ D. $f(x) = \frac{1}{x+1} + \sqrt{x}$

Zadanie 21. Najmniejszą wartością funkcji $f(x) = x^2 - 4x + 3$ dla $x \in \langle -1, 1 \rangle$ jest:

- A. 0 B. -1 C. 1 D. 2

Zadanie 22. Liczba punktów wspólnych prostej $y = -x$ z wykresem funkcji $y = x^2 - 2x + 3$ wynosi:

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Zadanie 23. Funkcja $f(n)$ przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej $n \geq 1$ liczbę liczb pierwszych mniejszych od n . Wtedy $f(23)$ jest równe:

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

Zadanie 24. Funkcja $f(P)$, gdzie $P > 0$ przyporządkowuje polu koła P jego promień. Wzór tej funkcji ma postać:

- A. $\frac{P}{\pi}$ B. $\sqrt{\frac{P}{\pi}}$ C. $\frac{\sqrt{P}}{\pi}$ D. $\frac{P}{\sqrt{\pi}}$

Zadanie 25. Niech $f(n)$ oznacza liczbę naturalnych dzielników liczby naturalnej n . Zatem $f(2^2 \cdot 3^2)$ jest równe:

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

Zestaw VII

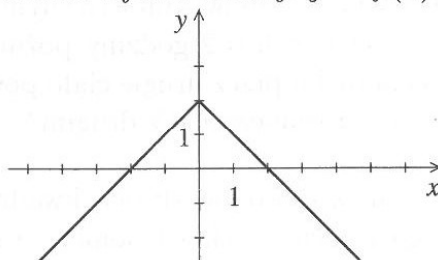
(Funkcje)

ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 1. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji $y = f(x)$. Sporządź wykresy funkcji:

a) $y = f(x) - 1$

b) $y = f(x + 2)$.



Zadanie 2. Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Wyznacz wartość największą i najmniejszą funkcji f w zbiorze $\langle 0, 3 \rangle$.

Zadanie 3. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji $f(x) = ax^2 + 4x + 6$ należy do prostej $y = 8$. Wyznacz wzór funkcji f w postaci iloczynowej.

Zadanie 4. Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f są liczby -6 oraz 1 .

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{3 \cdot f(94)}{f(-24)}$.

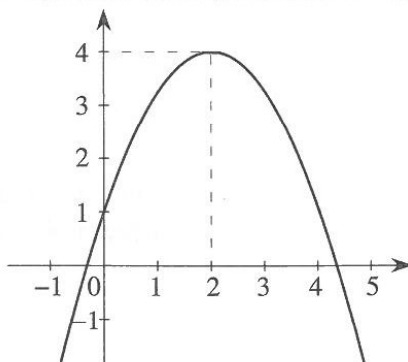
Zadanie 5. Wykaż, że jeśli $k < 0$, to wykresy proporcjonalności odwrotnej $f(x) = \frac{4}{x}$ oraz wykres funkcji liniowej $g(x) = kx$ nie mają punktów wspólnych.

Zadanie 6. Wiadomo, że z 90 kg suchych łądyg lnu można otrzymać 8 kg lnianego płótna.

a) Ile kilogramów suchych łądyg lnu potrzeba na wykonanie 6 kg lnianego płótna?

b) Napisz wzór określający liczbę kilogramów otrzymanego płótna lnianego, w zależności od liczby x kilogramów suchych łądyg lnu wziętych do produkcji.

Zadanie 7. Na podstawie wykresu funkcji kwadratowej f określ jej wzór.



ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

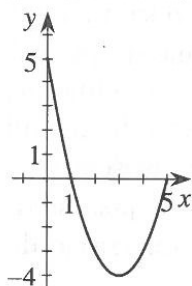
Zadanie 8. Funkcja liniowa f jest opisana wzorem $f(x) = (2 - a)x + 3$.

Wyznacz liczbę a , dla której:

- a) punkt $A = (-5, 7)$ należy do wykresu funkcji f ;
- b) funkcja f jest rosnąca;
- c) wykres funkcji f oraz wykres funkcji g określonej wzorem $g(x) = -0,75x + 6$ przecinają oś Ox w tym samym punkcie.

Zadanie 9. Ratownik mający stumetrową linę chce przy brzegu plaży wytyczyć dla dzieci kąpielisko w kształcie prostokąta o największym obszarze. Jakie wymiary powinno mieć to kąpielisko?

Zadanie 10. Poniżej znajduje się fragment wykresu funkcji $y = f(x)$.



Dorysuj brakującą część wykresu wiedząc, że dziedziną funkcji f jest przedział $\langle -5, 5 \rangle$, a wykres jest symetryczny względem osi Oy . Następnie na podstawie wykresu funkcji f :

- a) podaj, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje najmniejszą wartość;
- b) oblicz wartość wyrażenia $f(0) - 4 \cdot f(-5)$;
- c) podaj liczbę rozwiązań równania $f(x) = -2$.

Zadanie 11. Dane są funkcje $f(x) = 3^x + 3^x + 3^x$ oraz $g(x) = 2^{2x-k} + 1$, gdzie $x \in \mathbb{R}$. Wykresy funkcji f i g przecinają oś OY w tym samym punkcie.

- a) oblicz k
- b) narysuj wykres funkcji f

Zadanie 12. Wykaż, że ze wszystkich trójkątów prostokątnych, w których suma długości przyprostokątnych jest ustaloną liczbą, największe pole ma trójkąt równoramienny.

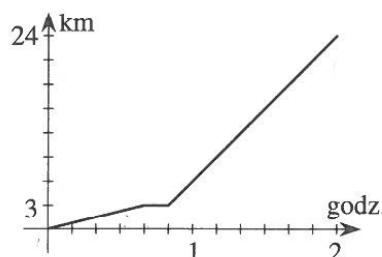
Zestaw VIII

(Funkcje)

ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 1. Ania podjęła pracę wakacyjną w księgarni. Zaproponowano jej stawkę dzienną w wysokości 20 zł, plus 1 zł 30 gr za każdą sprzedaną książkę, niezależnie od jej wartości. Ania pracowała przez 30 dni. Podaj wzór opisujący wysokość jej pensji p [zł] w zależności od liczby k sprzedanych książek i określ dziedzinę tej funkcji.

Zadanie 2. Od domu Ani do domu jej koleżanki Marty prowadzi droga w linii prostej. Ania wybrała się do Marty w odwiedziny. Najpierw szła pieszo do przystanku autobusowego, później czekała na autobus, a następnie wsiadła do autobusu, który dowiózł ją bezpośrednio do posesji koleżanki. Przystanek autobusowy znajduje się koło domu Marty. Wykres przedstawia drogę Ani w zależności od czasu. Z jaką prędkością szła Ania do przystanku autobusowego? Z jaką średnią prędkością poruszała się Ania zmierzając do Marty?



Zadanie 3. Oblicz, dla jakich argumentów wartości funkcji $f(x) = 4x^2 - x - 2$ są większe od wartości funkcji $g(x) = -x^2 - 5x + 7$.

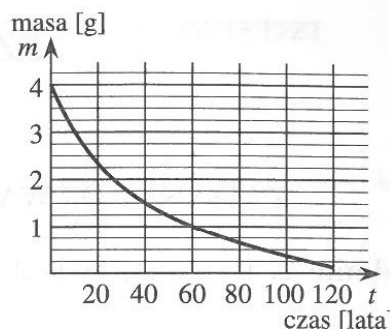
Zadanie 4. Dane zamieszczone w tabeli pokazują związek pomiędzy tygodniową wielkością produkcji dżemu, a kosztem wyprodukowania 1 kg dżemu (tzw. koszt jednostkowy).

Tygodniowa produkcja w kg (x)	400	500	900
Koszt jednostkowy w zł (y)	4,1	3,92	3,6

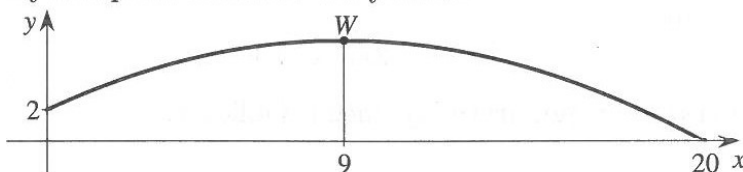
Zależność między zmiennymi x i y wyraża się wzorem $y = a + \frac{b}{x}$. Znajdź współczynniki a i b .

Zadanie 5. Uzasadnij, że funkcje $f(x) = \sqrt{x}$ oraz $g(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ są równe dla wszystkich liczb rzeczywistych nieujemnych.

Zadanie 6. Wykres poniżej przedstawia zmianę masy promieniotwórczego strontu-90, w zależności od czasu. Przy założeniu, że na początku próbka strontu-90 miała masę 4 g, na podstawie wykresu podaj, po ilu latach pozostanie 1,5 g strontu-90. Ile gramów strontu-90 pozostanie po 70 latach?



Zadanie 7. Tor ruchu kuli pchniętej przez miotacza jest fragmentem paraboli. Na wykresie przedstawiono zależność wysokości, na jakiej znajduje się kula od jej odległości od miotacza. Punkt W oznacza wierzchołek paraboli. Znajdź wzór funkcji, której wykres przedstawiono na rysunku.



ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 8. Dziedziną D funkcji f jest zbiór liczb trzycyfrowych niepodzielnych przez 10. Funkcja f każdej liczbie $n \in D$ przyporządkowuje liczbę trzycyfrową, która powstaje przez zapisanie cyfr liczby n w odwrotnej kolejności.

a) Ile liczb należy do zbioru D ?

b) Oblicz ile jest takich liczb $n \in D$, że $f(n) = n$.

c) Uzasadnij, że dla każdego $n \in D$ liczba $f(n) - n$ jest podzielna przez 99.

Zadanie 9. Funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 + bx + c$ przyjmuje wartości dodatnie wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in (-6, 2)$. Wyznacz wzór funkcji f , a następnie rozwiąż równanie $f(x - 1) = f(2)$.

Zadanie 10. Największa wartość funkcji kwadratowej f jest równa 9. Liczby 0 i 6 są miejscami zerowymi tej funkcji.

a) Zapisz wzór funkcji f w postaci ogólnej.

b) Dla jakich x wykres funkcji f leży powyżej wykresu funkcji określonej wzorem $y = x + 4$?

Zadanie 11. Wyznacz wartości parametru m , dla których punkt przecięcia prostych $y - x = m - 1$ i $2x + y = 4m + 1$ należy do wnętrza trójkąta ograniczonego prostymi o równaniach $y = 5$, $2x + y = 1$, $x - y = 1$.