

Zestaw IX

(Ciągi liczbowe)

Zadanie 1. Ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 3n - 5$ jest ciągiem:

- A. arytmetycznym
- B. geometrycznym
- C. o wyrazach dodatnich
- D. o wyrazach ujemnych

Zadanie 2. Suma sześciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego 1, 3, 9, ... wynosi:

- A. 121
- B. 364
- C. 76
- D. 52

Zadanie 3. Jeżeli (a_n) jest ciągiem geometrycznym, w którym $a_5 = 1$ i $a_7 = 16$, to:

- A. $a_6 = 4$
- B. $a_6 = -4$
- C. $a_6 = 4$ lub $a_6 = -4$
- D. $a_6 = 8$

Zadanie 4. Czwarty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 4, a ósmy 16. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy:

- A. 2
- B. -4
- C. -8
- D. -5

Zadanie 5. Liczba 7 jest trzecim wyrazem ciągu:

- A. $a_n = \frac{15+2n}{3}$
- B. $a_n = 5n - 1 + \frac{60}{n}$
- C. $a_n = 2^n - 10$
- D. $a_n = \frac{5n-1}{n+10}$

Zadanie 6. Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem: $a_n = n^2 - 4n - 12$ dla $n \geq 1$. Którym wyrazem tego ciągu jest liczba 0?

- A. drugim
- B. czwartym
- C. szóstym
- D. dwunastym

Zadanie 7. Dany jest ciąg arytmetyczny: $-7, -4, -1, \dots$. Pięćdziesiąty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. 140
- B. 143
- C. 154
- D. 157

Zadanie 8. Liczby: $x - 2, 6, 12$, w podanej kolejności, są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Liczba x wynosi:

- A. 0
- B. 2
- C. 3
- D. 5

Zadanie 9. Suma dwudziestu początkowych kolejnych liczb naturalnych, które przy dzieleniu przez 4 dają resztę 1 wynosi:

- A. 860
- B. 840
- C. 839
- D. 780

Zadanie 10. Dany jest malejący ciąg arytmetyczny o czterech kolejnych wyrazach: $5,5$; x ; y ; $-6,5$. Wyrazy x i y wynoszą odpowiednio:

- A. $-2,5$ i $1,5$ B. $1,5$ i $2,5$ C. $1,5$ i $-2,5$ D. $-1,5$ i $-2,5$

Zadanie 11. Dane są trzy liczby $a = \frac{3}{\sqrt{2}-1}$, $b = 3\sqrt{2} - 1$, $c = 3\sqrt{2} + 7$. Tworzą one rosnący ciąg arytmetyczny w następującej kolejności:

- A. a, b, c B. b, a, c C. c, b, a D. a, c, b

Zadanie 12. Dany jest ciąg $a_n = 2n^2 - n$. Wyraz a_{n+1} tego ciągu ma postać:

- A. $2n^2 + 3n + 1$ B. $2n^2 + 3n + 3$ C. $2n^2 - n + 1$ D. $2n^2 - n + 3$

Zadanie 13. W ciągu arytmetycznym dane są wyrazy: $a_1 = 5$, $a_3 = -1$. Różnica tego ciągu jest równa:

- A. 3 B. -3 C. 6 D. 2

Zadanie 14. Który z podanych ciągów jest ciągiem geometrycznym?

- A. $a_n = n^2$ B. $b_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ C. $c_n = 5n - 3$ D. $d_n = \frac{n}{n+1}$

Zadanie 15. Szósty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) jest równy 0, wówczas wyrażenie $a_1 + a_2 + \dots + a_{11}$ jest:

- A. liczbą dodatnią B. liczbą ujemną C. zerem D. większą od 5

Zadanie 16. Który z poniższych ciągów jest ciągiem rosnącym?

- A. $a_n = -\frac{3}{5}n + 1$ B. $b_n = -7 + 2n$ C. $c_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ D. $d_n = -4^n$

Zadanie 17. Liczby $1, 2a + 2, a + 6$ tworzą ciąg arytmetyczny dla:

- A. $a = 0$ B. $a = 1$ C. $a = 2$ D. $a = 3$

Zadanie 18. Liczba dodatnich wyrazów ciągu $a_n = 1 - \frac{1}{4}n$ jest równa:

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Zadanie 19. Piąty wyraz ciągu $a_n = \frac{1-3^n}{1-3}$ jest równy:

- A. -121 B. 16 C. 81 D. 121

Zadanie 20. Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{n+15}{n}$. Liczba 1,6 jest wyrazem ciągu (a_n) o numerze:

- A. 1 B. 20 C. 25 D. Liczba 1,6 nie jest żadnym wyrazem ciągu (a_n)

Zadanie 21. Siódmym wyrazem ciągu (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = (-1)^n \cdot n$ jest:

- A. -1 B. -7 C. 1 D. 7

Zadanie 22. Liczby a, b, c tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny. Jeśli $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{3}$, to wartość c wynosi:

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{6}$ C. 2 D. $\frac{5}{6}$

Zadanie 23. Liczby 4, x , 9 są kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego. Liczba x jest równa:

- A. -6 B. 6 C. 36 D. $\frac{9}{4}$

Zadanie 24. Ile wyrazów ciągu $a_n = \frac{2n+4}{n}$ jest liczbami całkowitymi?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. nieskończenie wiele

Zadanie 25. Samochód w ciągu pierwszej godziny przejechał 90 km, w ciągu kolejnej godziny 80 km i w ciągu każdej kolejnej godziny o 10 km mniej. Samochód razem przejechał 440 km. Ile godzin jechał?

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

Zestaw X

(Ciągi liczbowe)

Zadanie 1. Ciągiem geometrycznym jest ciąg:

A. $a_n = \frac{n}{n+1}$

B. $b_n = 5 \cdot 2^n$

C. $c_n = \frac{1}{3}n$

D. $d_n = n^2$

Zadanie 2. Pewien ciąg określony jest wzorem $a_n = -\frac{3}{8}n + 15$. Którym wyrazem tego ciągu jest liczba 0?

A. 8

B. 15

C. 20

D. 40

Zadanie 3. Suma dziewięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, w którym, $a_2 = 4$, $a_5 = -32$, jest równa:

A. 1024

B. -1024

C. -342

D. 342

Zadanie 4. Dany jest nieskończony ciąg arytmetyczny $-17, -13, -9, -5, \dots$. Dwudziesty wyraz tego ciągu jest równy:

A. 63

B. 59

C. 93

D. 97

Zadanie 5. Liczby: $x - 1$, $x + 8$, $x - 10$ tworzą ciąg geometryczny dla:

A. $x = 3$

B. $x = 2$

C. $x = -3$

D. $x = -2$

Zadanie 6. Suma wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych wynosi:

A. 4905

B. 9810

C. 5450

D. 4850

Zadanie 7. Wskaż wyraz ciągu (a_n) , gdzie $a_n = \frac{3}{n} + 3$, który jest równy $\frac{10}{3}$:

A. trzeci wyraz

B. piąty wyraz

C. ósmy wyraz

D. dziewiąty wyraz

Zadanie 8. Liczby $2, -1, -4$ są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n) . Wzór ogólny tego ciągu ma postać:

A. $a_n = -3n + 5$

B. $a_n = -n^2 + 3$

C. $a_n = n + 5$

D. $a_n = 3n - 1$

Zadanie 9. Dany jest ciąg arytmetyczny, w którym $a_1 = 4$ i $a_4 = 10$. Suma czterech początkowych wyrazów tego ciągu jest równa:

A. 22

B. 48

C. 28

D. 36.

Zadanie 10. Liczby $\sqrt{2} + 1$, $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $\sqrt{2} - 3$ są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Jego różnica jest równa:

A. -2

B. $\sqrt{2}$

C. 2

D. $\sqrt{2} - 2$

Zadanie 11. Średnia arytmetyczna liczb a, b, c, d , 22 jest równa 14, zatem średnia arytmetyczna liczb a, b, c, d wynosi:

- A. 8 B. 10 C. 12 D. 16

Zadanie 12. Jakie liczby należy wstawić między 7 i 16, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny?

- A. 3 i 4 B. 8 i 10 C. 10 i 13 D. 8 i 9

Zadanie 13. W ciągu arytmetycznym $a_1 = 3, r = -\frac{2}{5}$. Szesnasty wyraz tego ciągu, to:

- A. $-3\frac{2}{5}$ B. $-\frac{6}{5}$ C. $2\frac{2}{5}$ D. -3

Zadanie 14. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$. Wynika stąd, że:

- A. $a_5 = \frac{1}{6}$ B. $a_5 = -5$ C. $a_5 = -\frac{1}{6}$ D. $a_5 = 5$

Zadanie 15. Suma dziewięciu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego, w którym $a_1 = -5, r = 2$, wynosi:

- A. 27 B. 11 C. 36 D. 32

Zadanie 16. Suma pięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, w którym $a_1 = 1$ i $q = 2$ wynosi:

- A. $S_5 = 1$ B. $S_5 = 11$ C. $S_5 = 21$ D. $S_5 = 31$

Zadanie 17. Liczby $x - 3, 2x + 1, 4x + 5$ (w podanej kolejności) są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Wówczas liczba x jest równa:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Zadanie 18. Ile wyrazów ciągu $a_n = 5n - 16$ jest mniejszych od 100?

- A. więcej niż 32 B. 23 C. mniej niż 20 D. żaden

Zadanie 19. Dany jest ciąg geometryczny, w którym $a_1 = 128, q = -\frac{1}{2}$. Szósty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. -4 B. -2 C. 2 D. 4

Zadanie 20. Dany jest ciąg geometryczny, w którym wyraz pierwszy jest równy 18, a suma dwóch początkowych wyrazów tego ciągu wynosi 24. Iloraz tego ciągu jest liczbą:

- A. równą -1 B. równą 1 C. większą od 1 D. mniejszą od 1

Zadanie 21. W ciągu arytmetycznym $a_1 = 1$ i $a_{100} = 1090$. Różnica tego ciągu r wynosi:

- A. 10 B. 11 C. 100 D. 110

Zadanie 22. Dany jest ciąg geometryczny $-20, 10, -5$. Wyraz ogólny tego ciągu jest opisany wzorem:

A. $a_n = -20 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

B. $a_n = -20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

C. $a_n = -20 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

D. $a_n = -20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Zadanie 23. W ciągu arytmetycznym $a_1 = 3$ i $S_3 = 18$. Trzeci wyraz tego ciągu wynosi:

- A. 6 B. 9 C. 5 D. 7

Zadanie 24. Ile jest dodatnich wyrazów w ciągu arytmetycznym o początkowych wyrazach $91, 88, 85, \dots$?

- A. 91 B. 31 C. 30 D. nieskończenie wiele

Zadanie 25. Suma n początkowych liczb naturalnych dodatnich

$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ wyraża się wzorem:

A. $S_n = \frac{n^2}{2}$

B. $S_n = \frac{n^2+n}{2}$

C. $S_n = \frac{n+1}{2n}$

D. $S_n = n^2$

Zestaw IX

(Ciagi liczbowe)

ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 1. Uzasadnij, że liczby

$$\frac{n+2}{12}, \frac{n+2}{6}, \frac{n+2}{4}$$

w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny, dla każdej liczby naturalnej n .

Zadanie 2. Liczby

$$x-1, 2x, x+3$$

są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Oblicz x .

Zadanie 3. Suma dziesięciu wyrazów początkowych pewnego ciągu geometrycznego o ilorazie $q = 2$ wynosi 341. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

Zadanie 4. W ciągu

$$(2, x, 10, y)$$

trzy pierwsze liczby tworzą ciąg arytmetyczny, a trzy ostatnie ciąg geometryczny. Wyznacz liczby x, y .

Zadanie 5. Oblicz sumę siedmiu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego, w którym

$$a_3 = 7 \text{ i } a_{13} - a_9 = 20.$$

Zadanie 6. Piłka odbijając się od ziemi osiąga za każdym razem wysokość wynoszącą $\frac{3}{4}$ poprzedniej. A za trzecim razem wysokość 54 cm. Na jaką wysokość odbiła się piłka za pierwszym razem?

Zadanie 7. Wykaż, że ciąg

$$a_n = 5 \cdot 2^{n+1}$$

jest geometryczny.

ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 8. Trzy banki podają różne informacje o stopie oprocentowania:

Bank A: U nas oprocentowanie roczne wynosi 14%.

Bank B: U nas oprocentowanie wynosi 13%, ale odsetki dopisujemy co pół roku.

Bank C: U nas oprocentowanie wynosi 12%, ale odsetki dopisujemy co kwartał.

W którym z tych banków najkorzystniejsze jest umieszczenie rocznej lokaty w wysokości 10 000 zł?

Zadanie 9. Wyznacz ogólny wyraz ciągu (a_n) , jeśli suma n początkowych jego wyrazów wyraża się wzorem

$$S_n = 3n^2 + 4n.$$

Zadanie 10. Liczby $(4, x, y)$ tworzą ciąg arytmetyczny. Jeżeli drugą liczbę zwiększymy o 1, a trzecią zwiększymy o 3, to otrzymamy ciąg geometryczny. Wyznacz liczby x i y .

Zadanie 11. Czwarty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy

$$2\log_2 8,$$

a siódmy wyraz to:

$$\frac{6 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + 8\sqrt{3}.$$

Wyznacz ten ciąg. Ile początkowych wyrazów ciągu należy wziąć, aby ich suma była równa 14550?

Zestaw X

(Ciągi liczbowe)

ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 1. Mama obiecała Jasiowi kieszonkowe: w pierwszym miesiącu otrzyma 3 zł a w każdym następnym o 2 zł więcej niż w poprzednim. W którym miesiącu Jaś otrzyma 61 zł kieszonkowego?

Zadanie 2. Balon wzniósł się w pierwszej minucie na wysokość 8 m, a w każdej następnej minucie wznosił się 2 razy wolniej niż w poprzedniej. Po jakim czasie balon osiągnie wysokość 15 m?

Zadanie 3. Uzasadnij, że każdy wyraz ciągu

$$a_n = 2^n + 2^{n+2}$$

jest liczbą podzielną przez 10.

Zadanie 4. Pierwszy odcinek łamanej ma długość 3 cm, a każdy następny jest dwa razy dłuższy od poprzedniego. Z ilu odcinków składa się ta łamana, jeśli ma ona długość 765 cm?

Zadanie 5. Dany jest ciąg

$$a_n = \frac{n+15}{n}.$$

Wyznacz wszystkie wyrazy tego ciągu będące liczbami naturalnymi.

Zadanie 6. Dla jakich wartości x wyrażenia w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny:

$$7+x, 9+2x, 11+3x?$$

Zadanie 7. Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym

$$a_n = \frac{5-2n}{3}.$$

Uzasadnij, że jest to ciąg arytmetyczny.

ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 8. Trzy liczby, których suma jest równa 21, tworzą ciąg arytmetyczny. Jeżeli od pierwszej odejmiemy 1, od drugiej 4, a od trzeciej 3, to otrzymane różnice utworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Znajdź te liczby.

Zadanie 9. Piotr zamierza zaoszczędzić pieniądze na zaplanowany w sierpniu następnego roku urlop w Tatrach. W tym celu we wrześniu odłożył 10 zł i w każdym następnym miesiącu, do lipca przyszłego roku włącznie, chce odłożyć o 8 zł więcej niż w poprzednim miesiącu. Pobyt w górach kosztować będzie 700 zł, a rodzice obiecali dołożyć mu 50% zaoszczędzonej kwoty. Oblicz ile pieniędzy zbierze Piotr.

Zadanie 10. Wyznacz liczby x i y wiedząc, że ciąg

$$(4, x - y, x + y, 19)$$

jest arytmetyczny.

Zadanie 11. Maciej roznosząc ulotki w pierwszym miesiącu zarobił 440 zł. W każdym następnym miesiącu zarabiał o 5% więcej niż w miesiącu poprzednim.

- a) Ile złotych zarobił Maciej w 8 miesiącu pracy?
- b) Ile złotych zarobił Maciej w ciągu roku?