

Zestaw XI

(Trygonometria)

Zadanie 1. Wyrażenie $(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ)(\cos 30^\circ + \cos 45^\circ)$ przyjmuje wartość:

A. 0,25

B. 1

C. $-\frac{1}{4}$

D. 0,5

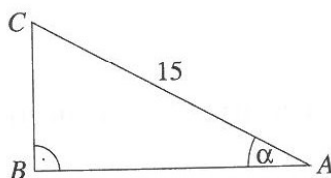
Zadanie 2. Na poniższym rysunku $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Wówczas bok AB trójkąta ABC ma długość:

A. 2

B. 22,5

C. 10

D. 1



Zadanie 3. Jeżeli $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ i α jest kątem ostrym, to:

A. $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ B. $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ C. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ D. $\cos \alpha = \frac{16}{25}$

Zadanie 4. W którym przypadku istnieje kąt o mierze x spełniający warunki:

A. $\sin x = 0,6$, $\cos x = 0,4$ B. $\sin x = 0,5$, $\tan x = 1$ C. $\sin x = 0,6$, $\cos x = 0,8$ D. $\sin x = 1$, $\tan x = 2,4$

Zadanie 5. Drabina oparta o ścianę nachylona jest do podłoża pod kątem 60° i jest oddalona od ściany o 6 dm. Jaka jest długość drabiny?

A. $4\sqrt{3}$ dm

B. 12 dm

C. $6\sqrt{3}$ dm

D. 6 dm

Zadanie 6. Jeżeli długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego są w stosunku $\sqrt{3} : 3$, to jeden z kątów ostrych ma miarę:

A. 45° B. 60° C. 75° D. 35°

Zadanie 7. Jeżeli α jest kątem ostrym i $\tan \alpha = 2$, to:

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\sin \alpha = \sqrt{5}$

Zadanie 8. Jeżeli α jest kątem ostrym i $\cos \alpha = \frac{1}{4}$, to:

A. $\alpha = 75^\circ$ B. $\alpha = 76^\circ$ C. $\alpha > 75^\circ$ D. $\alpha < 75^\circ$

Zadanie 9. W trójkącie prostokątnym ABC o kącie prostym przy wierzchołku C i kącie ostrym α przy wierzchołku A dane są długości boków: $|AB| = 4$ i $|BC| = 3$. Wtedy:

A. $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ B. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ C. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$

Zadanie 10. Jeżeli α jest kątem ostrym, to tożsamością trygonometryczną nie jest:

A. $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1$

B. $1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha$

C. $\cos \alpha + \cos \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$

D. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha} = 1 + \operatorname{tg} \alpha$

Zadanie 11. Liczba 1 jest wartością wyrażenia:

A. $\frac{\sin 30^\circ}{1 + \cos 45^\circ}$

B. $\frac{\operatorname{tg} 30^\circ}{(\cos 45^\circ)^2}$

C. $\sin^2 45^\circ + \cos 60^\circ$

D. $(1 + \sin 90^\circ)^2$

Zadanie 12. Sinus kąta ostrego α jest równy $\frac{4}{5}$. Wynika stąd, że:

A. $\operatorname{tg} \alpha = 0,75$

B. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$

C. $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{4}{3}$

D. $\alpha \approx 54^\circ$

Zadanie 13. Człowiek o wysokości 1,8 m rzuca cień o długości 2,4 m. Ile stopni w przybliżeniu wynosi kąt padania promieni słonecznych na powierzchnię ziemi?

A. 35°

B. 34°

C. 36°

D. 37°

Zadanie 14. Liczba $\cos 75^\circ$ jest:

A. całkowita

B. równa $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. mniejsza od $\frac{1}{2}$

D. większa od $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 15. Wartość wyrażenia $a^2 - b$, dla $a = \sin \alpha + \cos \alpha$ i $b = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ wynosi:

A. 2

B. 1

C. -1

D. $\frac{1}{2}$

Zadanie 16. Liczba $\frac{1}{6}$ jest dla $\alpha = 30^\circ$ wartością wyrażenia:

A. $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

B. $\sin \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \frac{1}{2 \sin \alpha}$

C. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$

D. $\sin^2 \alpha + \frac{1}{6} \cos^2 \alpha$

Zadanie 17. Która z podanych liczb jest największa?

A. $\sin 30^\circ$

B. $\operatorname{tg} 45^\circ$

C. $\cos 75^\circ$

D. $\sin 20^\circ$

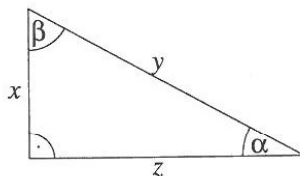
Zadanie 18. Wskaż zapis zgodny z rysunkiem:

A. $\sin \alpha = \frac{z}{y}$

B. $\operatorname{tg} \beta = \frac{z}{x}$

C. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{z}$

D. $\cos \beta = \frac{z}{x}$



Zadanie 19. Upraszczając wyrażenie $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ otrzymujemy:

A. $\frac{1}{\cos \alpha + 1}$

B. $\frac{1}{\sin \alpha}$

C. $\frac{1}{\sin \alpha (1 + \cos \alpha)}$

D. $\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \cos \alpha}$

Zadanie 20. W trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych 2 i 3 tangens większego kąta ostrego jest równy:

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{\sqrt{13}}$

D. $\frac{2}{\sqrt{13}}$

Zadanie 21. W trójkącie prostokątnym $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$. Wówczas $\operatorname{tg} \alpha$ jest równy:

A. $\frac{4}{5}$

B. $\frac{9}{\sqrt{41}}$

C. $\frac{\sqrt{41}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{41}}{5}$

Zadanie 22. Wyrażenie $\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$ jest równe:

A. $\sin \alpha$

B. $\cos \alpha$

C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

D. $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

Zadanie 23. Dla pewnego kąta ostrego α mamy $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2}$. Wtedy $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ równa się:

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{4}$

D. 1

Zadanie 24. Dla kąta ostrego $\alpha < 45^\circ$ fałszywą nierównością jest:

A. $\sin \alpha < \cos \alpha$

B. $\operatorname{tg} \alpha < 1$

C. $\cos \alpha < \sin \alpha$

D. $\sin \alpha < 1$

Zadanie 25. Jeśli dla pewnego kąta ostrego α mamy $\sin \alpha = M$, to $\operatorname{tg} \alpha$ równa się:

A. $\frac{M}{1-M^2}$

B. $\frac{\sqrt{1-M^2}}{M}$

C. $\frac{1-M^2}{M}$

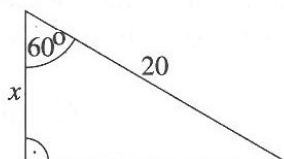
D. $\frac{M}{\sqrt{1-M^2}}$

Zestaw XII

(Trygonometria)

Zadanie 1. Długość boku x , zaznaczonego na rysunku wynosi:

- A. 8
B. 10
C. 12
D. 15

Zadanie 2. Wartość wyrażenia $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$ dla $\alpha = 30^\circ$ wynosi:

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 1

Zadanie 3. Punkt A leży na jednym ramieniu kąta o mierze 30° w odległości 1 dm od drugiego ramienia tego kąta. Odległość punktu A od wierzchołka tego kąta wynosi:

- A. 20 cm B. $\sqrt{3}$ dm C. $\frac{40}{\sqrt{3}}$ dm D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ dm

Zadanie 4. Jeżeli α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = 2$, to:

- A. $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

Zadanie 5. Wartość wyrażenia $\frac{2(\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ) - 3\operatorname{tg} 30^\circ}{2\sin 45^\circ}$ jest równa:

- A. $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{2-3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{2+3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

Zadanie 6. Samolot startuje z lotniska pod kątem 30° do poziomu. Po przebyciu 3 km w linii prostej samolot znajdzie się na wysokości:

- A. 6 km B. $\sqrt{3}$ km C. $3\sqrt{3}$ km D. 1,5 km

Zadanie 7. Wyrażenie $\frac{1-\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$ można zapisać w postaci:

- A. $\sin \alpha$ B. 1 C. $\cos \alpha$ D. $\frac{1}{\cos \alpha}$

Zadanie 8. Jeśli $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ i α jest kątem ostrym, to $\cos \alpha$ jest równy:

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{25}$ D. $\frac{4}{5}$

Zadanie 9. Cosinus pewnego kąta ostrego α wynosi $\frac{12}{13}$. Wówczas $\sin \alpha$ wynosi:

- A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{5}{12}$

Zadanie 10. Wartość wyrażenia $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ - \operatorname{tg}^2 45^\circ$ jest równa:

- A. 1 B. $-\frac{1}{2}$ C. 0 D. $-\frac{3}{4}$

Zadanie 11. Jeżeli α jest kątem ostrym i $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, to wartość $\cos(90^\circ - \alpha)$ jest równa:

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Zadanie 12. Jacek, leżąc na łące, widzi wierzchołek drzewa pod kątem 45° w stosunku do poziomu. Drzewo ma wysokość 16 metrów. W odległości ilu metrów od drzewa znajduje się Jacek?

A. 8 m

B. 32 m

C. 16 m

D. $16\sqrt{3}$ m

Zadanie 13. Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{1}{4}$. Wówczas:

A. $\sin \alpha < \frac{3}{4}$

B. $\sin \alpha = \frac{3}{4}$

C. $\sin \alpha > \frac{\sqrt{13}}{4}$

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{13}}{4}$

Zadanie 14. Tomek leżąc w odległości 10 m od drzewa widzi jego wierzchołek pod kątem 45° . Drzewo ma wysokość:

A. 5 m

B. 10 m

C. $5\sqrt{3}$ m

D. $10\sqrt{3}$ m

Zadanie 15. Wartość wyrażenia $2 \sin 30^\circ + \frac{\sqrt{3}}{\operatorname{tg} 60^\circ}$ jest równa:

A. $2\sqrt{3}$

B. 2

C. $3\sqrt{3}$

D. 0

Zadanie 16. Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|\angle ACB| = 90^\circ$ oraz $|\angle BAC| = \alpha$. Dla danych $|AC| = 5$, $|AB| = 13$ wartość $\operatorname{tg} \alpha$ wynosi:

A. $\frac{13}{5}$

B. $\frac{5}{13}$

C. $\frac{12}{5}$

D. $\frac{5}{12}$

Zadanie 17. Wartość wyrażenia $\sin 30^\circ - \cos 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ$ wynosi:

A. $-\frac{1}{2}$

B. 0

C. $\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3}$

Zadanie 18. Po uproszczeniu wyrażenia $\sin \alpha - \sin \alpha \cos^2 \alpha$ otrzymujemy:

A. $\sin^3 \alpha$

B. $\cos^2 \alpha$

C. $1 - \cos^2 \alpha$

D. $\sin \alpha$

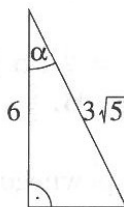
Zadanie 19. W trójkącie prostokątnym (rysunek obok) $\operatorname{tg} \alpha$ wynosi:

A. 2

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{1}{2}$



Zadanie 20. Przyprostokątne w trójkącie prostokątnym mają długości 2, $2\sqrt{3}$. Tangens większego z kątów ostrych w tym trójkącie wynosi:

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\sqrt{3}$

Zadanie 21. Z dokładnością do jednego stopnia podaj miarę takiego kąta ostrego α , dla którego $\operatorname{tg} \alpha = 2\frac{1}{3}$.

- A. $\alpha = 23^\circ$ B. $\alpha = 24^\circ$ C. $\alpha = 66^\circ$ D. $\alpha = 67^\circ$

Zadanie 22. Z dokładnością do jednego stopnia podaj miarę takiego kąta ostrego α , że $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

- A. $\alpha = 41^\circ$ B. $\alpha = 42^\circ$ C. $\alpha = 48^\circ$ D. $\alpha = 49^\circ$

Zadanie 23. W trójkącie prostokątnym przyprostokątne mają długość 3 cm i 7 cm. Podaj z dokładnością do jednego stopnia miarę najmniejszego kąta tego trójkąta.

- A. $\alpha = 23^\circ$ B. $\alpha = 24^\circ$ C. $\alpha = 42^\circ$ D. $\alpha = 43^\circ$

Zadanie 24. W trójkącie prostokątnym najdłuższy bok ma 10, a najmniejszy kąt ma miarę 40° . Długość średniego boku najdokładniej określa liczba:

- A. 6,4 B. 6,5 C. 7,6 D. 7,7

Zadanie 25. O pewnym kącie ostrym α podano cztery informacje:

I. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$,

II. $\cos \alpha = \frac{5}{4}$,

III. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$,

IV. $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{3}$.

Fałszywą informacją jest:

- A. I B. II C. III D. IV

Zestaw XI

(Trygonometria)

ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 1. Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, oblicz $\operatorname{tg} \alpha$.

Zadanie 2. Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$, oblicz wartość wyrażenia $5(2\sin^2 \alpha - 1)$.

Zadanie 3. Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = 5$, oblicz

$$\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}.$$

Zadanie 4. Czy istnieje kąt ostry α taki, że

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{i} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}?$$

Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 5. W trójkącie prostokątnym o kątach ostrych α i β spełniony jest warunek

$$\sin \alpha + \sin \beta = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Oblicz iloczyn cosinusów tych kątów.

Zadanie 6. Posługując się wzorem:

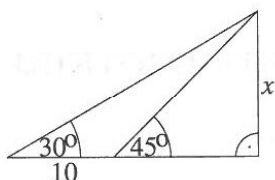
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta,$$

oblicz $\sin 15^\circ$.

Zadanie 7. Dany jest trapez równoramienny, w którym długości podstaw wynoszą 3 i 5, a ramię ma długość 4. Oblicz tangens kąta ostrego tego trapezu.

ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 8. Zapoznaj się z rysunkiem i wyznacz długość x .



Zadanie 9. Udowodnij tożsamość trygonometryczną:

$$\frac{\cos^3 \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha - \sin \alpha} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Zadanie 10. Konstruktor stworzył projekt, w którym maszt radiowy o wysokości 30 m ma być wspierany dwiema linami jednakowej długości łączącymi wierzchołek masztu z ziemią pod kątem 55° . Oblicz, jakiej długości liny są potrzebne do wykonania projektu oraz w jakiej odległości od masztu należy przygotować mocowania do lin.

Zadanie 11. Dla pewnego kąta ostrego α prawdziwa jest równość

$$\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{5}{\cos \alpha}.$$

Oblicz wartość $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ i $\operatorname{tg} \alpha$.

Zestaw XII

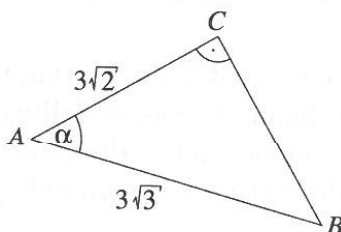
(Trygonometria)

ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 1. Oblicz wartość wyrażenia:

$$\frac{\cos^2 30^\circ - 3 \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ}{1 - 3 \operatorname{tg} 45^\circ}.$$

Zadanie 2. Oblicz $\sin \alpha$ (patrz rysunek).



Zadanie 3. Udowodnij, że dla każdego kąta ostrego α , zachodzi równość:

$$\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Zadanie 4. Wiedząc, że α jest kątem rozwartym oraz $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ oblicz wartość $\cos \alpha$.

Zadanie 5. Drzewo rzuca cień długości 21 m. Oblicz wysokość drzewa wiedząc, że promienie słoneczne padają na płaszczyznę poziomą pod kątem 30° . Wynik podaj z dokładnością do jednego metra.

Zadanie 6. W trójkącie prostokątnym sinus jednego z kątów ostrych ma wartość $\frac{4}{5}$. Oblicz długości przyprostokątnych tego trójkąta wiedząc, że przeciwprostokątna ma długość 10 cm.

Zadanie 7. Boki trójkąta prostokątnego mają długości: 5, 12, 13. Jaka wartość przyjmuje wyrażenie $|\sin \alpha - \cos \alpha|$, jeżeli α jest najmniejszym kątem w tym trójkącie?

ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 8. Na morzu widać z żaglówki światło latarni morskiej pod kątem o mierze 30° do poziomu. Po przepłynięciu 50 m w kierunku latarni światło latarni widać pod kątem o mierze 60° do poziomu. Oblicz wysokość latarni. Wynik podaj z dokładnością do 0,1 m.

Zadanie 9. Uzasadnij, że nie istnieje kąt ostry α taki, że:

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{3}.$$

Zadanie 10. Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{4}$, oblicz

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

Zadanie 11. Długość boku równoległoboku jest o 3 większa od wysokości opuszczonej na ten bok. Wyznacz długości boków równoległoboku wiedząc, że jego pole jest równe 10 i $\sin \alpha = \frac{3}{4}$, gdzie α jest kątem ostrym równoległoboku.