

Zadanie 1

Równanie $\sqrt{x^2 + 10x + 25} = -2m^2 - 3m + 5$ o niewiadomej x ma dwa ujemne pierwiastki. Wyznacz wartość parametru m .

Zadanie 2

Rozwiąż równanie $a^2(x - 3) - b^2(x + 3) = 6ab$ o niewiadomej x i rzeczywistych parametrach a oraz b .

Zadanie 3

Wyznacz te wartości parametrów a oraz b , dla których rozwiązaniem nierówności $ax - 3b \leq bx + a$ jest przedział $\langle -4, \infty \rangle$.

Zadanie 4

Równanie $(m + 2)x^2 + 2x + m - 2 = 0$ o niewiadomej x ma dwa pierwiastki, których iloczyn jest nie mniejszy od ich sumy. Wyznacz wartość parametru m .

Zadanie 5

Dwa różne pierwiastki równania $\frac{1}{2}k^2x^2 + (k + 1)x + k + 1 = 0$ o niewiadomej x są większe od -1 . Rozstrzygnij, jakie wartości może przyjmować parametr k .

Zadanie 6

Wyznacz zbiór dodatnich wartości parametru m , dla których pierwiastki równania $x^2 - (m - 2)x - m = 0$ należą do przedziału $(-m, m)$.

Zadanie 7

Ustal, dla jakich wartości parametru p równanie $x^2 \log_{0,2} |p| - x \log_{0,2}^3 |p| + \log_{0,2} |p| + 1 = 0$ posiada dwa pierwiastki przeciwnych znaków.

Zadanie 8

Ustal dla jakich wartości parametru m różne pierwiastki x_1, x_2 , równania $(m + 1)x^2 - (m - 1)x + m + 1 = 0$ spełniają warunek $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \geq 3$.

Zadanie 9

Rozwiąż układ równań
$$\begin{cases} x^{\log y} \cdot y^{\log x} = 1 \\ x^2 + y^2 - 3xy = -1 \end{cases}$$

Zadanie 10

Prosta $ax+by+3=0$, do której należy punkt $A=(-1, 2)$, przecina parabolę $y=-x^2-x+1$ w dwóch punktach znajdujących się po różnych stronach osi y . Wyznacz zakres zmienności parametru b .

Zadanie 11

Rozwiąż równanie: $2x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 8x + 4 = 0$.

Zadanie 12

Wyznacz wszystkie wymierne pierwiastki wielomianu

$$W(x) = 2x^3 - 3x^2 - 9x + 5.$$

Zadanie 13

Wyznacz pierwiastki wielomianu $W(x) = x^3 - 4x^2 - 6x + d$, wiedząc że ich suma jest o 16 większa od ich iloczynu.

Zadanie 14

Pierwiastkiem wielomianu $W(x) = -x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 12$ jest liczba -2 , a suma wszystkich jego współczynników wynosi 0. Dzieląc ten wielomian przez dwumian $P(x) = x + 1$ otrzymujemy resztę równą 24. Rozwiąż nierówność $W(x) \geq 0$.

Zadanie 15

Rozwiąż nierówność $[(x+3)^3 - 4x^3]^2 \leq 16x^6$.

Zadanie 16

Zbiór liczb rzeczywistych spełniających nierówność $\frac{8}{x} \leq x^2$ jest dziedziną funkcji $f(x) = ax + 5$, a zbiorem jej wartości jest $(-\infty, -6) \cup (5, \infty)$. Wyznacz wartość parametru a .

Zadanie 17

Rozwiązaniem nierówności $\frac{2x-2m-1}{x-3} \geq mx$ jest zbiór $(-\infty, -1) \cup (0, 3)$. Wyznacz wartość parametru m .

Zadanie 18

Rozwiąż nierówność $|x^2 - 17| > 8$.

Zadanie 19

Rozwiąż nierówność $\frac{|3x-9|}{|x+4|} \leq \frac{1}{4}$.

Zadanie 20

Rozwiąż równanie $\sqrt{x^2 - 2a^{10}x + a^{20}} - \sqrt{x^2 + 2a^{20}x + a^{40}} = a^{10}$, gdzie a jest ustaloną liczbą dodatnią.

Zadanie 21 •

Uzasadnij, że dla każdej liczby rzeczywistej m rozwiązaniem nierówności $|(m-1) \cdot |x-3|| + |4x-12| \geq 2|3-x|$ jest zbiór liczb rzeczywistych.

Zadanie 22 •

Wykaż, że równanie $||x| + 2m| + m = 3$ ma cztery rozwiązania tylko wtedy, gdy $m < -3$.

Zadanie 23

Udowodnij, że jeśli -2 jest dwukrotnym pierwiastkiem wielomianu $W(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 8$, to $b - c = 6$.

Zadanie 24

Wykaż, że rozwiązaniem nierówności $x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 \leq 0$ jest zbiór pusty.

Zadanie 25

Wykaż, że wielomian $W(x) = 2x^4 + x^3 + x^2 + 5$ nie posiada pierwiastków wymiernych.

Zadanie 26

Uzasadnij, że wielomian $W(x) = (x-2)(x-3)(x-5)(x-6) + 4$ nie ma rzeczywistych pierwiastków.

Zadanie 27

Udowodnij, że każda liczba rzeczywista spełnia nierówność $\frac{x^2}{25+4x^4} \leq \frac{1}{20}$.

Zadanie 28

Udowodnij, że dla $a \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ układ $\begin{cases} ax + y = b \\ x^2 - 4y^2 = 1 \end{cases}$ ma rozwiązanie dla dowolnej wartości parametru b .

Zadanie 29

Wykaż, że jeśli równania $x^2 + bx + c = 0$ i $x^2 + cx + b = 0$, dla $b \neq c$, mają wspólny pierwiastek, to $b + c = -1$.

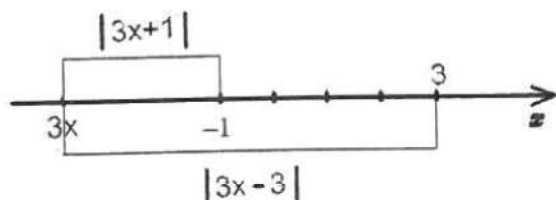
Zadanie 30

Niech n będzie liczbą naturalną parzystą, p – liczbą pierwszą. Udowodnij, że wartości wielomianu $W(x) = (1-x)^n + (1+x)^n$ dla $x = \sqrt{p}$ są liczbami naturalnymi.

Zadanie 1

Rozwiąż równanie $|3x + 1| - |3x - 3| = -4$.

Interpretujemy równanie geometrycznie: różnica odległości $3x$ od -1 i od 3 jest równa -4 .



$$\Rightarrow 3x \leq -1, \text{ czyli } x \leq -\frac{1}{3}.$$

Sprawdź, jeśli nie wierzysz. Odległość $3x$ od -1 jest równa $-1 - 3x$, odległość od 3 jest równa $3 - 3x$ i różnica tych odległości to $-1 - 3x - (3 - 3x) = -4$. Czy w podobny sposób można rozwiązać równanie $|2x - 4| - |5x + 3| = -4$?

Zadanie 2

Rozwiąż nierówność $\left| \frac{3n-5}{2-4n} + \frac{3}{4} \right| < \frac{1}{204}$ w zbiorze liczb naturalnych dodatnich i zakoduj najmniejszą liczbę, która ją spełnia.

Zadanie 3

Dane jest równanie $6x^2 - 5x + 1 = 0$, którego pierwiastkami są x_1 i x_2 . Wyznacz $(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2$ i zakoduj drugą, trzecią i czwartą cyfrę po przecinku otrzymanego wyniku.

Zadanie 4

Rozwiąż nierówność $(x+24)(105-x)(x-3)^2 > 0$ i zakoduj liczbę całkowitych jej rozwiązań.