

Zadanie 1

Funkcja f jest funkcją liniową i $f(2x - 1) = -x + 3.5$.

Wyznacz wzór funkcji f .

Zadanie 2

Funkcja g dana jest wzorem $g(x) = \begin{cases} -x + 2 & \text{dla } x < 1 \\ 2x + 1 & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$.

a) Naszkicuj wykres funkcji g .

b) Wyznacz te wartości parametru m , dla których równanie $g(x) = m$ ma jedno rozwiązanie.

Zadanie 3

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = |2x + 1| + \sqrt{16x^2 + 16x + 4} - 2$ i wyznacz jej miejsca zerowe.

Zadanie 4

Przekształcając wykres funkcji $y = f(x)$, otrzymujemy wykres funkcji $y = -|f(x - 2)| + 3$.

a) Podaj przekształcenia geometryczne, które zostały zastosowane.

b) Napisz wzór funkcji, którą otrzymasz w wyniku tych przekształceń z wykresu funkcji $f(x) = 2x + 1$.

Zadanie 5

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \frac{16-x^2}{|x-4|} + 2$. Wyznacz zbiór wszystkich wartości m , dla których równanie $f(x) = m$ nie ma rozwiązań.

Zadanie 6

Wyznacz zbiór wszystkich wartości parametru m , dla których dziedziną funkcji $f(x) = 2 \log[mx^2 - (m + 1)x + m + 1] + 5$ jest zbiór liczb rzeczywistych.

Zadanie 7

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \begin{cases} \frac{-3}{x} & \text{dla } x \in (-\infty, -3) \\ -x^2 + 12 & \text{dla } x \in \langle -3, -2 \rangle \\ -2x + 4 & \text{dla } x \in (-2, 5) \end{cases}$.

Podaj dziedzinę i miejsca zerowe tej funkcji.

Zadanie 8

Suma miejsc zerowych funkcji kwadratowej f jest równa $\frac{1}{2}$. Zbiorem wartości tej funkcji jest przedział $(-\infty, \frac{9}{8})$ i punkt $P = (2, -5)$ należy do jej wykresu. Wyznacz wzór funkcji f .

Zadanie 9

Wyznacz liczbę miejsc zerowych funkcji $f(x) = \sin 2x$ w przedziale $\langle 0, 100 \rangle$.

Zadanie 10

Naszkicuj wykres funkcji $g(x) = |\log_5 x|$. Wyznacz zbiór tych argumentów, dla których zachodzi nierówność $|\log_5 x| > 1$.

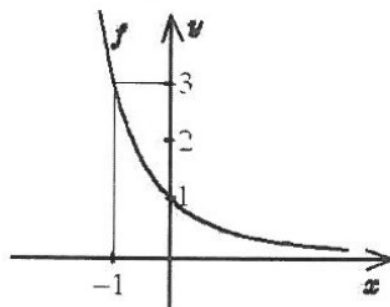
Zadanie 11

Dana jest funkcja $f(x) = \log_3 |x + 2|$. Wyznacz zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości nieujemne.

Zadanie 12

Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji wykładniczej f . Naszkicuj, wykonując kolejno odpowiednie przekształcenia geometryczne, wykres funkcji $g(x) = |f(-x) - 4|$.

Zapisz wzory funkcji f i g .



Zadanie 13

Funkcja W jest wielomianem czwartego stopnia. $W(0) = 3$ i $W(x) > 0$ dla $x \in (-3, 1) \setminus \{-1\}$. Wyznacz wzór funkcji W .

Zadanie 14

Dana jest funkcja $f(x) = (m+3)x^2 - mx + 2m$. Wyznacz wszystkie całkowite wartości parametru m , dla których iloczyn dwóch różnych miejsc zerowych funkcji f jest liczbą całkowitą.

Zadanie 15

Wyznacz zbiór wszystkich wartości parametru m , dla których dziedziną funkcji $f(x) = \frac{x}{\sqrt{(m+1)x^2 - mx + m+1}}$ jest zbiór liczb rzeczywistych.

Zadanie 16

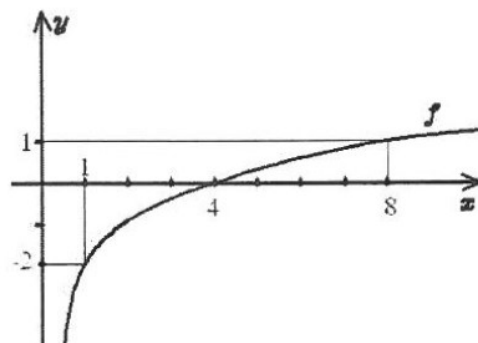
Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \frac{\sin 2x}{2|\cos x|}$ w przedziale $(-\frac{3}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi)$. Podaj zbiór wartości funkcji f .

Zadanie 17

Na okręgu zaznaczono n różnych punktów ($n \geq 2$). Funkcja f przyporządkowuje liczbie n liczbę prostych wyznaczonych przez te punkty. Podaj wzór funkcji f i wyznacz taką liczbę n , dla której wartość funkcji jest równa 1225.

Zadanie 18

Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji $f(x) = \log_2 ax$. Naszkicuj, wykonując kolejno odpowiednie przekształcenia geometryczne, wykres funkcji $g(x) = -|f(4x) + 2|$. Oblicz a , podaj wzór funkcji g i wyznacz jej miejsca zerowe.



Zadanie 19

Dana jest funkcja $f(x) = m^2(x - \sqrt{2}) - 4mx + 3x$. Wyznacz zbiór tych wszystkich wartości parametru m , dla których funkcja f jest rosnąca.

Zadanie 20

Dana jest funkcja $f(x) = (2 - m)x^2 + 2mx + m + 2$. Funkcja g przyporządkowuje każdej liczbie rzeczywistej m liczbę miejsc zerowych funkcji f . Naszkicuj wykres funkcji g .

Zadanie 21

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b funkcja $f(x) = ax^2 + (a + b)x + b$ ma co najmniej jedno miejsce zerowe.

Zadanie 22

Wykaż, że suma miejsc zerowych funkcji $h(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ jest równa 0.

Zadanie 23

Dane są funkcje: $f(x) = (x^3 - 6x^2 + 12x - 8)(x^4 + 4x^2 + 2x^3 + 6x + 3)$ i $g(x) = x^3 + 6x^2 + 5x - 12$. Wykaż, że liczba różnych miejsc zerowych funkcji f jest mniejsza niż liczba różnych miejsc zerowych funkcji g .

Zadanie 24

Wykaż, że funkcja $h(x) = \frac{x^3 - 8x^2 + 19x - 12}{\sqrt{x^2 - 4x}}$ nie ma miejsc zerowych.

Zadanie 25

Wykaż, że zbiorem wartości funkcji $f(x) = \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$ jest przedział $\langle -1, 1 \rangle$.

Zadanie 26

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{mx+3}{x+1}$. Wykaż, że dla każdej wartości parametru $m \in (-\infty, 3)$ funkcja f jest malejąca w każdym z przedziałów swojej dziedziny.

Zadanie 27

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = |-4^x + 2|$, a następnie wykaż, że równanie $|-4^x + 2| = m + 1$ ma dwa pierwiastki różnych znaków dla $m \in (0, 1)$.

Zadanie 28

Wykaż, że funkcja $f(x) = \frac{5x-2}{x+1}$ przyjmuje wartości całkowite dla czterech argumentów: $x_1 = -8$, $x_2 = -2$, $x_3 = 0$ i $x_4 = 6$.

Zadanie 29

Wykaż, że funkcja $f(x) = 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 1$ przyjmuje tylko wartości dodatnie.

Zadanie 30

Wykaż, że wielomian $W(x) = ax^4 + ax^3 + 2ax - 4a$ jest podzielny przez trójmian $x^2 + x - 2$ dla każdej liczby rzeczywistej $a \neq 0$.

Zadanie 1

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(\alpha) = 2 \cos^2 \alpha + 3 \cos \alpha$ dla $\alpha \in \langle 0, \pi \rangle$.

Zauważamy, że w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$ funkcje $y = 2 \cos^2 \alpha$ i $y = 3 \cos \alpha$ największą wartość przyjmują dla $\alpha = 0$, więc największą wartością funkcji f jest 5. Najmniejszą wartością funkcji $y = 3 \cos \alpha$ jest -3 przyjmowane dla $\alpha = \pi$, a wówczas funkcja $y = 2 \cos^2 \alpha$ przyjmuje wartość 2, zatem najmniejszą wartością funkcji f jest -1 .

Czy poprawnie zostały wyznaczone wartości ekstremalne funkcji?

Zadanie 2

Dzieląc wielomian W przez $x^3 + 1$ otrzymasz resztę $x^2 - 2x - 1$. Wyznacz w pamięci resztę z dzielenia wielomianu W przez $x^2 - x + 1$.