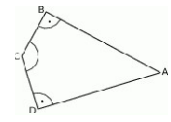
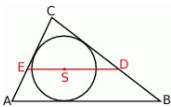
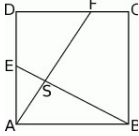
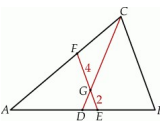
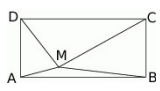


- W czworokącie wypukłym $ABCD$ (zobacz rysunek poniżej) dane są kąty:
 $|\angle ADC| = |\angle ABC| = 90^\circ$ oraz $|\angle DCB| = 135^\circ$. Wykaż, że $\frac{|DB|}{|AC|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
 
- Przez środek S okręgu wpisanego w trójkąt ABC poprowadzono prostą równoległą do boku AB , która przecina boki CA i CB odpowiednio w punktach E i D . Wykaż, że $|ED| = |EA| + |DB|$.
 
- Na bokach AD i CD kwadratu $ABCD$ o boku długości 1 wybrano punkty E i F w ten sposób, że $AE = \frac{1}{k}$ i $DF = \frac{1}{m}$, dla $k, m \in (1, +\infty)$. Niech S będzie punktem przecięcia odcinków AF i BE . Wykaż, że jeżeli trójkąt ABS jest prostokątny to $k = m$. Oblicz cosinus kąta ASB jeżeli $k = 3$ i $m = 2$.
Odp. $\cos = -1/\sqrt{50}$

- Dany jest trapez prostokątny $ABCD$ o podstawach AB i CD , w którym boki AB i BC są prostopadłe. Dwie przeciętny kątów AD przecinają się w punkcie S leżącym na boku BC . Wykaż, że $|BS| = |SC|$.
- Dany jest pięciokąt foremny $ABCDE$ o boku długości a . Wiedząc, że $\cos 72^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$, wykaż, że długość przekątnej pięciokąta $ABCDE$ jest równa $\frac{1+\sqrt{5}}{2}a$, oblicz długość promienia okręgu wpisanego w pięciokąt $ABCDE$.
- W prostokącie $ABCD$, w którym stosunek długości boków AB i BC jest równy $4:3$, poprowadzono dwie przeciętny kątów ADB i BDC . Dwie przeciętny te przecinają boki AB i CB odpowiednio w punktach K i M . Oblicz stosunek pola prostokąta $ABCD$ do pola trójkąta DKM .
- Na okręgu o promieniu 1 opisano trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości x i y . Wyznacz y jako funkcję x i określ dziedzinę tej funkcji. Sporządź wykres tej funkcji.
- Różnica kwadratów długości przekątnych trapezu prostokątnego wynosi 21, jego wysokość ma długość 4, a dłuższe ramię ma długość 5. Oblicz pole trapezu.
- W trójkącie ostrokątnym ABC bok AB ma długość c , długość boku AC jest równa b oraz $|\angle BAC| = \alpha$. Dwie przeciętny kątów BA i CA przecinają bok BC trójkąta w punktach D i E i odcinek AD ma długość d . Wykaż, że $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{d}{2b} + \frac{d}{2c}$.
- W trapez prostokątny można wpisać okrąg. Jedna z jego podstaw ma długość a , druga jest trzy razy dłuższa. Oblicz pole trapezu oraz długość odcinka łączącego środki ramion trapezu.
- Oblicz sumę miar kątów utworzonych przez przekątne pięciokąta wypukłego.
- W trójkącie ABC środkowa AD jest prostopadła do boku AC oraz $|AB| = 2|AC|$. Oblicz miarę kąta BAC .
- W trójkąt prostokątny ABC o przyprostokątnych długości $|AC| = 3$ i $|BC| = 4$ wpisano dwa przystające okręgi w ten sposób, że są one wzajemnie styczne oraz jeden z nich jest styczny do boków AB i BC , a drugi do boków AC i BC . Oblicz długość promienia tych okręgów.
- Wykaż, że istnieją dokładnie dwie liczby naturalne n takie, że trójkąt o bokach $n, n+2, n+3$ jest rozwartokątny.
- W trójkącie ABC odcinek EF o końcach należących do boków odpowiednio AB i AC przecina środkową CD w punkcie G , oraz odcinek EF jest równoległy do odcinka BC (patrz rysunek). Oblicz długość odcinka BC wiedząc, że $|EG| = 2$ i $|FG| = 4$.
 
- Punkt M leży wewnątrz prostokąta $ABCD$ (zob. rysunek). Udowodnij, że $AM^2 + CM^2 = BM^2 + DM^2$.
 
- Niech a i b będą długościami kolejnych boków równoległoboku $ABCD$, zaś p i r długościami jego przekątnych. Wykaż, że $a^2 + b^2 \geq pr$.
- W trójkącie równoramiennym dane są długości podstawy $a = 12$ cm i wysokości $h = 18$ cm. W trójkąt ten wpisano prostokąt w ten sposób, że dwa wierzchołki prostokąta leżą na podstawie, a po jednym na każdym ramieniu trójkąta, przy czym przekątne prostokąta są równoległe do ramion trójkąta. Oblicz długości boków prostokąta.