

Planimetria - mieszanka zadań ciekawych ZI-TK

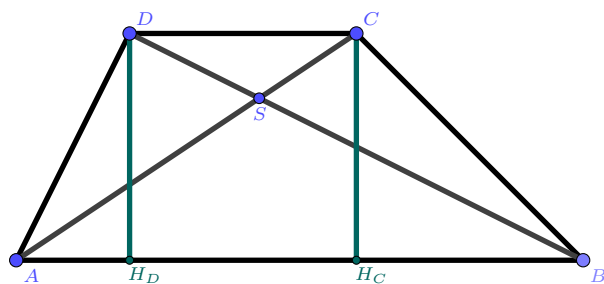
zadanie 25

Bartosz Rzepa

16 listopada 2020

Treść zadania

Przekątne dzielą trapez na cztery trójkąty. Wykaż, że pola tych trójkątów, w których jeden z boków jest ramieniem trapezu, są równe.



Rozwiązanie

Niech H_D oraz H_C będą spodkami wysokości poprowadzonych kolejno z wierzchołków D oraz C trapezu $ABCD$ na jego podstawę AB . Można zauważyć, że

$$P_{ABC} = P_{ABD} \quad (1)$$

gdyż trójkąty ABC i ABD posiadają wspólną podstawę AB oraz $|DH_D| = |CH_C|$. Każdy z trójkątów ABC i ABD można podzielić na dwie części: trójkąt ABS oraz trójkąt, którego jednym z boków jest ramieniem trapezu - kolejno BSC i ASD . Co za tym idzie pola trójkątów BSC i ASD możemy wyrazić następującymi równaniami:

$$P_{BSC} = P_{ABC} - P_{ABS}$$

$$P_{ASD} = P_{ABD} - P_{ABS}$$

Korzystając z równania (1) otrzymujemy

$$P_{BSC} = P_{ABD} - P_{ABS} = P_{ASD}$$

$$P_{BSC} = P_{ASD}$$

co kończy dowód.