

Planimetria - mieszanka zadań ciekawych ZI-TK

zadanie 30

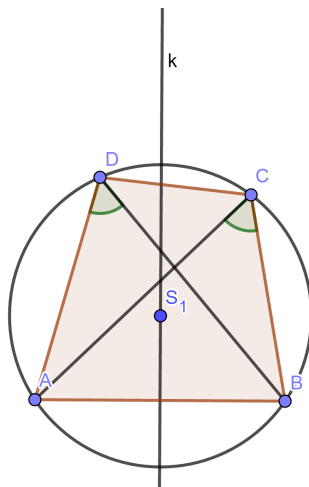
Aleksandra Wieczorek

23.11.2020

Treść zadania

W czworokącie ABCD spełniony jest warunek $|\angle ADB| = |\angle ACB|$.
Wykaż, że na czworokącie ABCD można opisać okrąg.

Rozwiązanie



$$\text{Z twierdzenia sinusów: } \frac{|AB|}{\sin \alpha} = 2R_{ADB} \quad \wedge \quad \frac{|AB|}{\sin \alpha} = 2R_{ACB} \quad \Rightarrow \quad R_{ADB} = R_{ACB} = R$$

k - symetralna $\overline{AB}$

S_1 - środek okręgu opisanego na $\triangle ADB$

S_2 - środek okręgu opisanego na $\triangle ACB$

$S_1 \in k \wedge S_2 \in k$

$$|S_1A| = |S_1B| = |S_1D| = R \quad \wedge \quad |S_2A| = |S_2B| = |S_2C| = R$$

$$\begin{array}{c} \Downarrow \\ |S_1A| = |S_1B| = |S_2A| = |S_2B| \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \Downarrow \\ \triangle ABS_1 \equiv \triangle ABS_2 \end{array} \Rightarrow S_1 = S_2$$

$$\overline{S_2C} = \overline{S_1C}$$

$$|S_1C| = R \quad \wedge \quad |S_1D| = R \quad \Rightarrow \quad |S_1C| = |S_1D|$$

$$R = |S_1C| = |S_1D| = |S_1A| = |S_1B| \quad \Rightarrow \quad S_1 - \text{środek okręgu opisanego na } ABCD \quad \Rightarrow \quad \text{teza}$$

cbdu