

Planimetria - mieszanka zadań ciekawych ZI-TK

zadanie 67

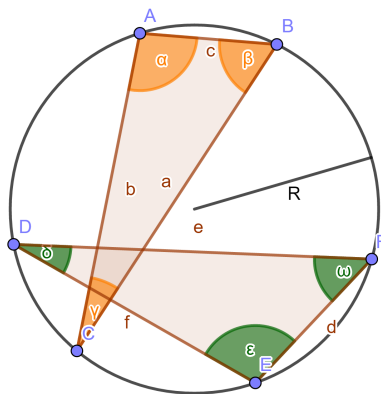
Aleksandra Wieczorek

24.11.2020

Treść zadania

Trójkąty ABC i DEF wpisano w ten sam okrąg. Udowodnij, że równość obwodów tych trójkątów jest równoważna równości sum sinusów ich kątów wewnętrznych.

Rozwiązanie



$$\text{Z: } R_{\triangle ABC} = R_{\triangle DEF} \\ a + b + c = d + e + f$$

$$\text{T: } \alpha + \beta + \gamma = \delta + \varepsilon + \omega$$

D: z twierdzenia sinusów:

$$\triangle ABC \quad \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

$$\Downarrow \\ a = 2R \sin \alpha \\ b = 2R \sin \beta \\ c = 2R \sin \gamma$$

$$\triangle DEF \quad \frac{d}{\sin \delta} = \frac{e}{\sin \varepsilon} = \frac{f}{\sin \omega} = 2R$$

$$\downarrow$$

$$d = 2R \sin \delta$$

$$e = 2R \sin \varepsilon$$

$$f = 2R \sin \omega$$

z zał:

$$a + b + c = d + e + f \Leftrightarrow 2R \sin \alpha + 2R \sin \beta + 2R \sin \gamma = 2R \sin \delta + 2R \sin \varepsilon + 2R \sin \omega \quad / : 2R$$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = \sin \delta + \sin \varepsilon + \sin \omega$$

$\downarrow$

teza

cbdu