

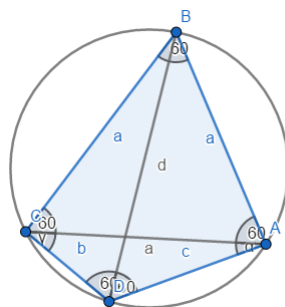
Zadanie 69

Zięba Jakub

17 listopada 2020

W okrąg o promieniu 7 wpisano czworokąt ABCD. Oblicz obwód i pole tego czworokąta, wiedząc, że $|AB| = |BC|$, $|\angle(ADC)| = 120^\circ$ i stosunek pola trójkąta ABD do pola trójkąta BCD wynosi 2 : 1.

Rozwiązanie



Z twierdzenia sinusów dla trójkąta ADC:

$$\frac{a}{\sin 120^\circ} = 2R$$

$$a = 2R * \sin 60^\circ$$

$$a = 7\sqrt{3}$$

$$\text{Z założeń: } \frac{P_{ABD}}{P_{BCD}} = 2$$

$$P_{ABD} = \frac{1}{2}bd \sin 60^\circ$$

$$P_{BCD} = \frac{1}{2}cd \sin 60^\circ$$

$$\frac{\frac{1}{2}bd \sin 60^\circ}{\frac{1}{2}cd \sin 60^\circ} = 2$$

$$\frac{b}{c} = 2$$

$$b = 2c$$

Z twierdzenia cosinusów w trójkącie CDA

$$a^2 = c^2 + (2c)^2 - 2 * c * 2c * \cos 120^\circ$$

$$a^2 = c^2 + 4c^2 - 4c^2 * \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$a^2 = 7c^2$$

$$c^2 = \frac{49 * 3}{7}$$

$$c = \sqrt{21}$$

$$b = 2\sqrt{21}$$

$$P_c = P_{ABC} + P_{ACD} = \frac{1}{2}a^2 \sin 60^\circ + \frac{1}{2}bc \sin 120^\circ$$

$$P_c = \frac{1}{2} * 49 * 3 * \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{21} * 2\sqrt{21} * \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{147\sqrt{3}}{4} + \frac{42\sqrt{3}}{4}$$

$$P_c = \frac{189\sqrt{3}}{4}$$

$$Obw = b + c + 2a = \sqrt{21} + 2\sqrt{21} + 2 * 7\sqrt{3} = 3\sqrt{21} + 14\sqrt{3}$$