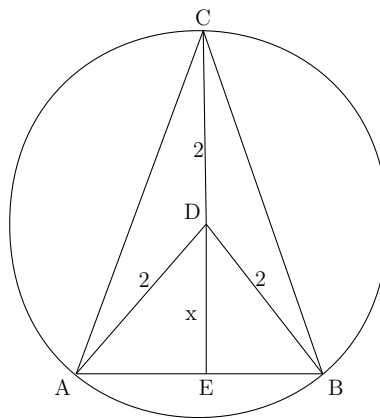


November 19, 2020

72



Wiemy, że pole trójkąta wynosi $3\sqrt{3}$.

Korzystam z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta AED, żeby obliczyć $|AB|$:

$$\frac{|AB|}{2} = \sqrt{4 - x^2}$$

$$|AB| = 2\sqrt{4 - x^2}$$

Obliczam wysokość $|CE|$:

$$|CE| = |CD| + |DE|$$

$$|CE| = 2 + x$$

Korzystam ze wzoru na pole trójkąta:

$$P = \frac{1}{2}|AB||CE| = \frac{1}{2}(2\sqrt{4-x^2})(2+x) = 3\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{4-x^2})(2+x) = 3\sqrt{3}$$

Podnoszę wyrażenie obu stron do kwadratu. x to długość odcinka, jest więc dodatnie i mniejsze od promienia okręgu (co widać na rysunku), więc $x \in (0, 2)$, więc $4-x^2 > 0 \implies (\sqrt{4-x^2})^2 = 4-x^2$.

$$(4-x^2)(2+x)^2 = 27$$

$$(2-x)(2+x)^3 = 27$$

$$(2-x)(8+12x+6x^2+x^3) = 27$$

$$16+24x+12x^2+2x^3-8x-12x^2-6x^3-x^4 = 27$$

$$-x^4-4x^3+16x+16 = 27$$

$$-x^4-4x^3+16x-11 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^4+4x^3-16x+11 = 0$$

Szukam pierwiastków powyższego wielomianu:

$$(x-1)^2(x^2+6x+11) = 0$$

Jedynym pierwiastkiem (podwójnym) wielomianu jest $x=1$. Obliczam $|AB|$:

$$|AB| = 2\sqrt{4-x^2} = 2\sqrt{4-1^2} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{ODP: } |AB| = 2\sqrt{3}.$$