

Zadanie 75

Jakub Adamczyk

18 listopada 2020

1 Treść

Zadanie 75 Wykaż, że jeżeli trójkąt nie jest rozwartokątny, oraz miara α jednego z jego kątów spełnia warunek $\sin \alpha + \cos \alpha \leq \frac{2 \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha - 2}$ to trójkąt jest prostokątny.

2 Rozwiązanie

Rozwiązujemy równanie:

$$\sin \alpha + \cos \alpha \leq \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha - 1}$$

Dzielimy obustronnie przez $\sin \alpha + \cos \alpha$, ponieważ kąty w trójkącie są dodatnie i ich wartości trygonometryczne są dodatnie i większe od zera. Po przeniesieniu na jedną stronę:

$$\sin \alpha \cos \alpha - 1 - \cos \alpha + \sin \alpha \leq 0$$

Grupujemy wyrazy w nawiasy

$$\sin \alpha(\cos \alpha + 1) - (1 + \cos \alpha) \leq 0$$

$$(\sin \alpha - 1)(\cos \alpha + 1) \leq 0$$

$$\sin \alpha \leq 1 \vee \cos \alpha + 1 \leq 0$$

Drugie wyrażenie jest sprzeczną z treścią zadania, bo byłby to trójkąt rozwartokątny, zatem $\alpha = 90^\circ$, czyli jest to trójkąt prostokątny.

c.n.d