

Planimetria - mieszanka zadań ciekawych ZI-TK

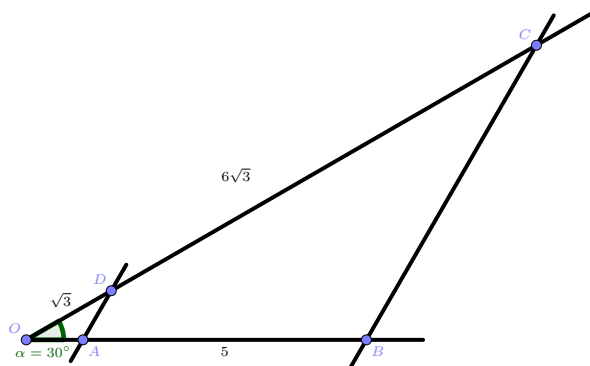
zadanie 99

Bartosz Rzepa

18 listopada 2020

Treść zadania

Wiedząc, że $\alpha = 30^\circ$, $|OD| = \sqrt{3}$, $|OC| = 6\sqrt{3}$, $|AB| = 5$ oraz $AD \parallel BC$, oblicz pole i obwód trapezu $ABCD$ przedstawionego na rysunku.



Rozwiązanie

Korzystając z *twierdzenia Talesa*:

$$\frac{|OA|}{|OD|} = \frac{|AB|}{|DC|}$$

$$\frac{|OA|}{|OD|} = \frac{|AB|}{|OC| - |OD|}$$

$$|OA| = \frac{|AB||OD|}{|OC| - |OD|}$$

$$|OA| = \frac{5\sqrt{3}}{6\sqrt{3} - \sqrt{3}} = 1$$

$$|OB| = |OA| + |AB| = 1 + 5 = 6$$

Korzystając z *twierdzenia cosinusów* dla trójkąta OAD :

$$|AD|^2 = |OA|^2 + |OD|^2 - 2|OA||OD|\cos\alpha$$

$$|AD|^2 = 1^2 + \sqrt{3}^2 - 2 * 1 * \sqrt{3} * \cos 30^\circ = 1$$

$$|AD| = 1$$

Korzystając z *twierdzenia cosinusów* dla trójkąta OBC :

$$|BC|^2 = |OB|^2 + |OC|^2 - 2|OB||OC|\cos\alpha$$

$$|BC|^2 = 6^2 + \left(6\sqrt{3}\right)^2 - 2 * 6 * 6\sqrt{3} * \cos 30^\circ = 36$$

$$|BC| = 6$$

Obwód trapezu $ABCD$ wynosi więc:

$$Obw = |AB| + |BC| + |DC| + |AD| = 5 + 6 + 5\sqrt{3} + 1 = 12 + 5\sqrt{3}$$

$$Obw = 12 + 5\sqrt{3}$$

Pole trapezu można policzyć korzystając z różnicy pól trójkątów OBC i OAD :

$$P_{ABCD} = P_{OBC} - P_{OAD} = \frac{1}{2}|OB||OC|\sin\alpha - \frac{1}{2}|OA||OD|\sin\alpha$$

$$P_{ABCD} = \frac{1}{2} * 6 * 6\sqrt{3} * \sin 30^\circ - \frac{1}{2} * 1 * \sqrt{3} * \sin 30^\circ = 9\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 8,75\sqrt{3}$$

$$P_{ABCD} = 8,75\sqrt{3}$$