

Planimetria - mieszanka zadań ciekawych ZI-TK

zadanie 104

Aleksandra Wieczorek

25.11.2010

Treść zadania

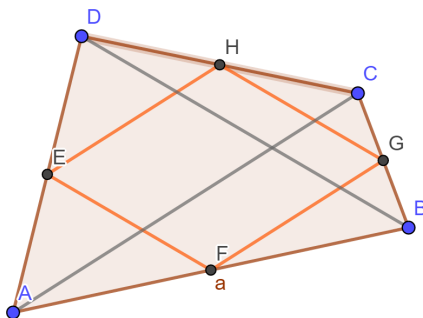
Uzasadnij, że środki boków dowolnego czworokąta są wierzchołkami równoległoboku.

Jeśli środki boków czworokąta wyznaczają prostokąt, czy można stwierdzić, że czworokąt jest rombem?

Jeśli środki boków czworokąta wyznaczają romb, czy można stwierdzić, że czworokąt jest prostokątem?

Jeśli środki boków czworokąta wyznaczają kwadrat, czy można stwierdzić, że czworokąt jest kwadratem?

Rozwiązanie



$$\begin{array}{l} \text{w } \triangle ABC \\ |CG| = |GB| \wedge |AF| = |FB| \Rightarrow \overline{GF} \parallel \overline{AC} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{w } \triangle ADC \\ |AE| = |ED| \wedge |DH| = |HC| \Rightarrow \overline{EH} \parallel \overline{AC} \end{array} \quad \Rightarrow 1) \overline{GF} \parallel \overline{EH}$$

$$\begin{array}{c} \text{w } \triangle ADB \\ |AE| = |ED| \wedge |AF| = |FB| \Rightarrow \overline{EF} \parallel \overline{DB} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{w } \triangle CDB \\ |CH| = |HD| \wedge |CG| = |GB| \Rightarrow \overline{HG} \parallel \overline{DB} \end{array} \Rightarrow \mathbf{2)} \overline{EF} \parallel \overline{HG}$$

$\mathbf{1)} \wedge \mathbf{2)} \Rightarrow$ czworokąt EFGH jest równoległobokiem

a) czworokąt EFGH jest prostokątem, wtedy i tylko wtedy gdy $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
czworokąt, w którym przekątne są prostopadłe to m.in.: romb, kwadrat, deltoid

$\Downarrow$
odp: nie

b) czworokąt EFGH jest rombem, wtedy i tylko wtedy gdy $|AC| = |BD|$
czworokąt, którego przekątne są równej długości i nie jest on prostokątem to np.: trapez równoramienny

$\Downarrow$
odp: nie

c) czworokąt EFGH jest kwadratem, wtedy i tylko wtedy gdy $\overline{AC} \perp \overline{BD} |AC| = |BD|$
czworokątem, który spełnia te warunki i nie jest prostokątem jest np. deltoid o przekątnych równej długości

$\Downarrow$
odp: nie