

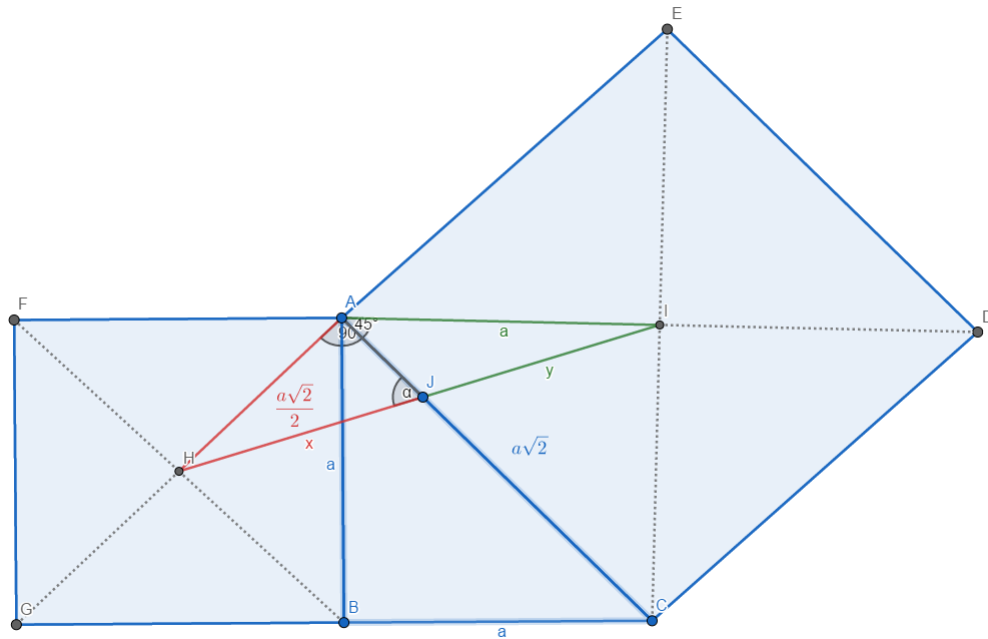
Zadanie 143

Zięba Jakub

19 listopada 2020

Na zewnątrz równoramiennego trójkąta prostokątnego zbudowano kwadraty: jeden na przyprostokątnej, a drugi na przeciwprostokątnej. Wykaż, że przeciwprostokątna dzieli odcinek łączący środki kwadratów na dwie równe części.

Rozwiązanie



Niech $|\angle HJA| = \alpha$, $|\angle AJI| = (180^\circ - \alpha)$ oraz $|HJ| = x$, $|JI| = y$.
Należy zauważyć, że $|\angle HAJ| = 90^\circ$ oraz $|\angle JAI| = 45^\circ$.

Z twierdzenia sinusów w trójkącie HJA:

$$\frac{x}{\sin 90^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{2 \sin \alpha}$$

Z twierdzenia sinusów w trójkącie AJI:

$$\frac{y}{\sin 45^\circ} = \frac{a}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{a}{\sin \alpha}$$

Z powyższych:

$$x = \frac{a\sqrt{2}}{2 \sin \alpha} * \sin 90^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2 \sin \alpha}$$
$$y = \frac{a}{\sin \alpha} * \sin 45^\circ = \frac{a}{\sin \alpha} * \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2 \sin \alpha}$$

Zatem $x = y$ CBDU.