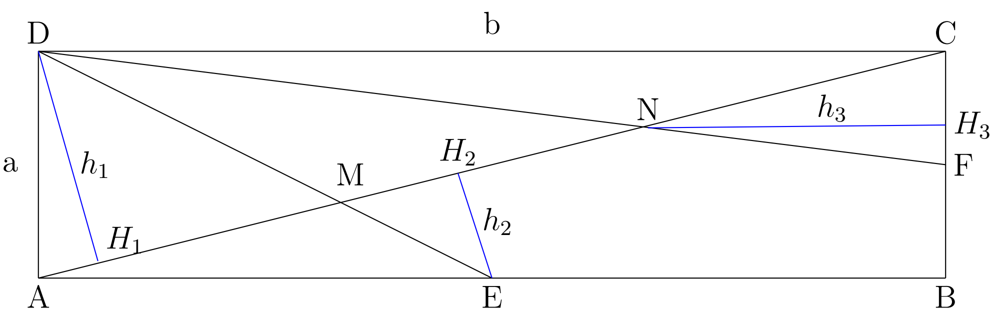
Alicja Placek
3d

November 19, 2020

146



|AE|=$\frac{b}{2}$ $\quad\wedge\quad$ $|CF| = \frac{a}{2}$

Zauważam, że trójkąt AED składa się z trójkątów AMD i AME, więc:

$P_{AED} = P_{AMD} + P_{AME}$

$\frac{1}{2}(\frac{b}{2}a) = \frac{1}{2}|AM| \cdot h_1 + \frac{1}{2}|AM| \cdot h_2 = \frac{1}{2}|AM|(h_1 + h_2)$

$\frac{ab}{4} = \frac{1}{2}|AM|(h_1 + h_2)$

Obliczam h_1 i h_2 korzystając z podobieństwa trójkątów CDH_1 i ADC oraz AH_2E i ADC:

$\frac{h_1}{b} = \frac{a}{|AC|} = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \implies h_1 = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\frac{h_2}{\frac{b}{2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \implies h_2 = \frac{ab}{2\sqrt{a^2+b^2}}$

Sumuję te dwie wysokości:

$h_1 + h_2 = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{ab}{2\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{3ab}{2\sqrt{a^2+b^2}}$

Wracam do zależności między polami ($\frac{ab}{4} = \frac{1}{2}|AM|(h_1 + h_2)$):

$\frac{ab}{4} = \frac{|AM|}{2}\frac{3ab}{2\sqrt{a^2+b^2}} \implies |AM| = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{3} = \frac{1}{3}|AC|$

Podobnie postępuję, by obliczyć |CN|:

$P_{DFC} = P_{CNF} + P_{DNC}$

$\frac{ab}{4} = \frac{1}{2}|CN|h_1 + \frac{1}{2}|CF|h_3 = \frac{1}{2}|CN|h_1 + \frac{1}{2}\frac{a}{2}h_3$

Obliczam h_3 korzystając z podobieństwa trójkątów CNH_3 i ABC:

$\frac{h_3}{|CN|} = \frac{b}{|AC|} = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \implies h_3 = \frac{b|CN|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\frac{ab}{4} = \frac{1}{2}|CN|h_1 + \frac{1}{2}\frac{a}{2}h_3 = \frac{1}{2}|CN|\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{1}{2}\frac{a}{2}\frac{b|CN|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{1}{2}|CN|(\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{ab}{2(\sqrt{a^2+b^2})})$

$\frac{ab}{4} = \frac{1}{2}|CN|\frac{3ab}{2(\sqrt{a^2+b^2})}$

$|CN| = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{3} = \frac{1}{3}|AC|$

W takim razie |AM|=|NC|. Obliczam |MN|:

|MN|=|AC|-|AM|-|NC|=|AC|-2|AM|=|AC|-$\frac{2}{3}|AC| = \frac{1}{3}|AC| = |AM| = |NC|$

c.n.d.