Planimetria - mieszanka zadań ciekawych ZI-TK

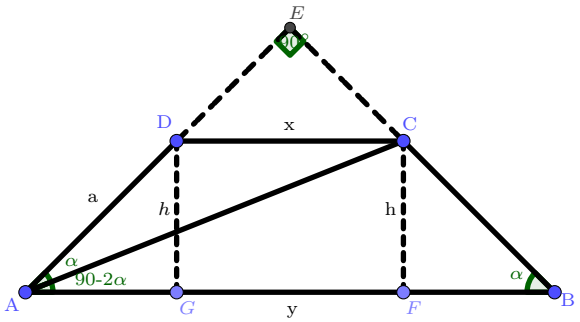
zadanie ZADANIE 176.

Aleksandra Spisak

20 listopada 2020

Treść zadania

W trapezie ABCD boki nierównoległe AD i BC zawierają się w prostych prostopadłych. Oblicz pole trapezu, mając dane $|AD| = a$ oraz $|\sphericalangle(ABC)| = |\sphericalangle(DAC)| =< 90$.



Rozwiązanie

$|\sphericalangle DAB| = 90° - \alpha$

$\Downarrow$

$|\sphericalangle CAB| = 90° - \alpha - \alpha = 90° - 2\alpha$

z $\triangle AGD$

$\frac{h}{a} = \sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$

$h = a\cos\alpha$

$\frac{AG}{a} = \cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$

$AG = a\sin\alpha$

$\frac{AF}{h} = \operatorname{ctg}(90° - 2\alpha) = \operatorname{tg} 2\alpha$

$AF = h\operatorname{tg} 2\alpha = a\cos\alpha\operatorname{tg} 2\alpha$

CD = AF - AG $= a\cos\alpha\operatorname{tg} 2\alpha - a\sin\alpha$

z $\triangle FBC$

$\frac{FB}{h} = \operatorname{ctg}\alpha$

$FB = h\operatorname{ctg}\alpha = a\cos\alpha\operatorname{ctg}\alpha$

$P_c = \frac{AB+CD}{2}h = \frac{(a\cos\alpha\operatorname{tg} 2\alpha + a\cos\alpha\operatorname{ctg}\alpha) + (a\cos\alpha\operatorname{tg} 2\alpha - a\sin\alpha)}{2} * a\cos\alpha$

$P_c = a^2\cos\alpha * \frac{2\sin\alpha\cos\alpha * \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} + (-\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)}{2\sin\alpha}$

$P_c = \frac{a^2\operatorname{ctg}\alpha}{2\cos 2\alpha}$