

Planimetria - mieszanka zadań ciekawych ZI-TK

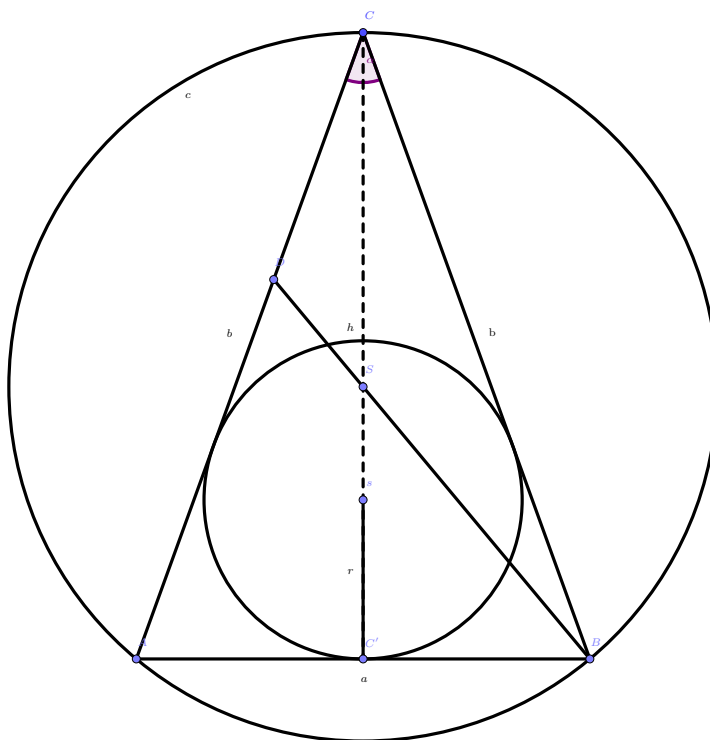
179

Martyna Wyszynska

20.11.2020

Treść zadania

W trójkącie równoramiennym ostrokątnym ABC mamy dane $|AC| = |BC| = b$ oraz $|\sphericalangle(ACB)| = \alpha$. Z wierzchołka B przez środek okręgu opisanego na tym trójkącie poprowadzono prostą, przecinającą bok AC w punkcie D . Oblicz promień okręgu wpisanego w trójkąt ABC oraz długość odcinka BD .



Rozwiązanie

$$P = r \cdot p$$

$$r = \frac{P}{p}$$

$$P_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} b^2 \sin \alpha$$

$$z \triangle C'CB:$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{b}$$

$$a = 2b * \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$p = \frac{2b + 2b * \sin \frac{\alpha}{2}}{2}$$

$$p = b + b * \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$r = \frac{b^2 \sin \frac{\alpha}{2}}{2} * \frac{1}{b + b * \sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$r = \frac{b * \sin \alpha}{2(1 + \sin \frac{\alpha}{2})}$$

$$z \triangle BSC:$$

$$R = |BS| = |SC| \Rightarrow |\sphericalangle BCS| = |\sphericalangle CBS| = \frac{\alpha}{2}$$

$$z \triangle BCD:$$

$$|\sphericalangle CDB| = 180^\circ - \alpha - \frac{\alpha}{2} = 180^\circ - \frac{3\alpha}{2}$$

$$\frac{BD}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin(180^\circ - \frac{3\alpha}{2})}$$

$$BD = \frac{b * \sin \alpha}{\sin \frac{3\alpha}{2}}$$