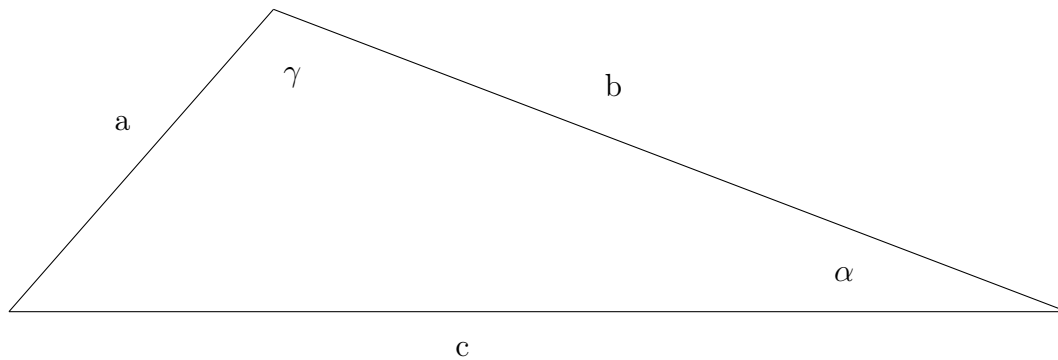


November 21, 2020

183



Wiemy, że $a:b:c=4:5:6$, więc $a=4x$, $b=5x$, $c=6x$. Korzystam z twierdzenia cosinusów, by obliczyć $\cos \alpha$ i $\cos \gamma$:

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 - 2cb \cos \alpha \\16x^2 &= 25x^2 + 36x^2 - 60x^2 \cos \alpha \\-45x^2 &= -60x^2 \cos \alpha \\\cos \alpha &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c^2 &= b^2 + a^2 - 2ab \cos \gamma \\36x^2 &= 25x^2 + 16x^2 - 40x^2 \cos \gamma \\-5x^2 &= -40x^2 \cos \gamma \\\cos \gamma &= \frac{1}{8}\end{aligned}$$

Korzystając ze wzoru, obliczam $\cos 2\alpha$:

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{3}{4}\right)^2 - 1 = \frac{9}{8} - 1 = \frac{1}{8} = \cos \gamma$$

Ponieważ α i γ są kątami w trójkącie, należą do przedziału $(0^\circ, 180^\circ)$.
Zachodzi więc $\cos 2\alpha = \cos \gamma \iff 2\alpha = \gamma$.

c.n.d