

Zadanie 13. (0-5)

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m-2)x - m + 4$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których trójmian f ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 , spełniające warunek $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$.

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta_x > 0 \\ x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \neq -1 \\ m \in \mathbb{R} \setminus \left(0; \frac{7}{2}\right) \end{cases}$$

paź 22-07:29

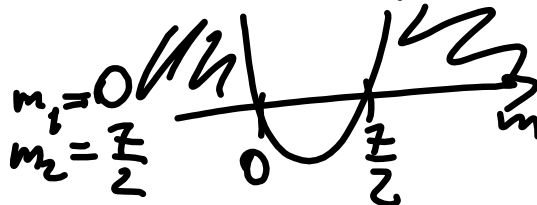
Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m-2)x - m + 4$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których trójmian f ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 , spełniające warunek $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$.

$$-4(-m+4)(m+1)$$

$$\Delta_x = 4m^2 - 16m + 16 + 4m^2 - 16m + 4m - 16 = 8m^2 - 28m$$

$$8m^2 - 28m > 0$$

$$4m(2m-7) > 0$$



paź 22-07:40

spełniające warunek $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$.

$$x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$$

$$\cancel{x_1^2 - x_2^2} = (\cancel{x_1^2 - x_2^2})(x_1^2 + x_2^2)$$

$x_1^2 - x_2^2 \neq 0$
 $x_1 \neq x_2$
 $x_1^2 + x_2^2 \neq 0$

$$0 = (x_1^2 - x_2^2)(x_1^2 + x_2^2 - 1)$$

$$(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 1)$$

paź 22-07:45

$$(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 1) = 0$$

$$\frac{b}{a} = 0 \vee \frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a} - 1 = 0$$

$$\frac{-2(m-2)}{m+1} = 0$$

$$4 - 2m = 0$$

$$m = 2$$

$$f(x) = (m+1)x^2 + 2(m-2)x - m + 4$$

paź 22-07:46

$$\frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a} - 1 = 0 \quad 0 = 4m^2 - 6m + 6 - 8m - 9 + 2m^2 + 2m$$

$$0 = 6m^2 - 22m - m^2 - 2m + 8 - 9$$

$$0 = 5m^2 - 44m + 7$$

$$\frac{(2m-2)^2}{(m+1)^2} - 2\frac{4-m}{m+1} - 1 = 0$$

$$\frac{4m^2 - 16m + 4 - 2(4-m)(m+1)}{(m+1)^2} = 0$$

$$\Delta = 576 - 140 = 436$$

$$\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{109}$$

$$m_1 = \frac{12 - \sqrt{109}}{5}$$

$$m_2 = \frac{12 + \sqrt{109}}{5}$$

paź 22-07:54

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{m^2 + m - 6}{m - 5}x^2 - (m - 2)x + m - 5$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wyznacz całkowite wartości parametru m , dla których funkcja f przyjmuje wartość największą i ma dwa różne miejsca zerowe o jednakowych znakach.

$m \in \mathbb{Z}$

$a < 0$

$\Delta x > 0$

$x_1 x_2 > 0$

$\frac{c}{a} > 0$

$c < 0$

$a < 0$

$\frac{m^2 + m - 6}{m - 5} < 0$

1) $m - 5 < 0 \wedge (m + 3)(m - 2) > 0$

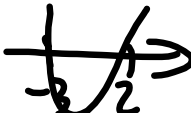
$m \in (-\infty; 5) \wedge m \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

$m \in (-\infty; -3) \cup (2; 5)$

paź 22-08:11

$$2) m-5 > 0 \quad \wedge \quad (m+3)(m-2) < 0$$

$$m \in (5; +\infty) \quad \wedge \quad m \in (-3; 2)$$

$$m \in \emptyset$$


$$\Delta x > 0$$

$$\Delta x = (m-2)^2 - 4(m-5) \frac{m^2+m-6}{m-5} \quad m \neq 5$$

$$= m^2 - 4m + 4 - 4m^2 + 4m + 24$$

$$= -3m^2 - 8m + 28$$

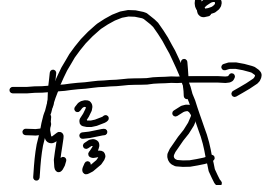
paź 22-08:22

$$= -3m^2 - 8m + 28$$

$$\Delta_m = 64 + 336 = 400$$

$$m_1 = \frac{8-20}{-6} = 2$$

$$m_2 = \frac{8+20}{-6} = -4\frac{2}{3}$$



$$\Delta x > 0 \Leftrightarrow \Delta_m > 0$$

$$m \in (-4\frac{2}{3}; 2)$$

paź 22-08:25

$x_1 x_2 > 0$
 $\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow c < 0 \Rightarrow m-5 < 0$
 $m < 5$
 $m-5: \frac{m^2+m-6}{m-5} > 0$
 $\Leftrightarrow \frac{(m-5)^2}{m^2+m-6} > 0$
 $(m-5)^2 > 0 \wedge m \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$
 $(m^2+m-6) > 0 \Rightarrow (m+3)(m-2) > 0$
 $m \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

paź 22-08:26

$$\begin{cases} m \in (-\infty; -3) \cup (2; 5) \\ m \in (-4\frac{2}{3}; 2) \\ m \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty) \end{cases} \Rightarrow m \in (-4\frac{2}{3}; -3)$$

$m = -4$

paż 22-08:28

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = x^2 + 2(m+1)x + 6m+1$. Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru m , dla których ten trójmian ma dwa różne pierwiastki x_1, x_2 tego samego znaku, spełniające warunek $|x_1 - x_2| < 3$.

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta_x > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \\ |x_1 - x_2| < 3 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 < 9 \end{cases} \begin{cases} m \in \mathbb{R} \\ m \in (-\infty, 0) \cup (4 + \infty) \\ m \in (-\frac{1}{6}, +\infty) \\ m \in (-\frac{1}{2}, \frac{9}{2}) \end{cases}$$

$m \in (-\frac{1}{6}, 0) \cup (4, \frac{9}{2})$

paź 22-08:34