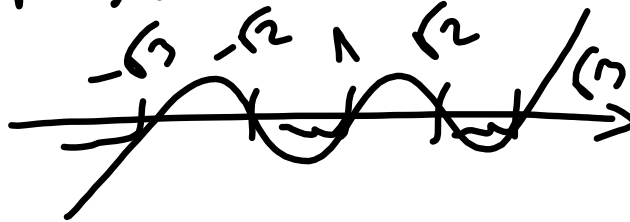


578. Dla jakich rzeczywistych wartości parametru a reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^5 - x^4 - 5ax^2 + 5ax + 6x - 4$ przez dwumian $x - a$ jest mniejsza od 2?

$$x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (-\sqrt{2}; 1) \cup (\sqrt{2}; \sqrt{3})$$

$$(x-1)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) < 0$$



lis 20-07:23

579. Wykaż, że nierówność $x^8 + x^6 - 4x^4 + x^2 + 1 \geq 0$ jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej.

$$(x-1)^2(x^4 + 3x^2 + 1) \geq 0$$

$$(x^4 - 1)^2 + (x^3 - x)^2 \geq 0$$

lis 20-07:30

580. Wykaż, że nierówność $x^{16} - 2x^{11} + x^6 - x + 1 > 0$ jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej.

I: $x \leq 0$ OK

II: $(x^8 - x^3)^2 + \overbrace{(x^{11} - x)}^{x(x^{10} - 1)} + 1 > 0$

IIc: $x = 1 \Rightarrow 1 - 1 + 1 - 1 + 1 > 0$
 $1 > 0$

IIa: $x > 1$
 $x^{11} > x$

IIb: $x < 1$

$x^{10} < 1 / x \in (0,1)$
 $x^{11} < x < 1$

lis 20-07:30

581. Dla jakich rzeczywistych wartości parametru k nierówność $(x^2 + 2)(x^2 - k) + 2k + 1 > 0$ jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej?

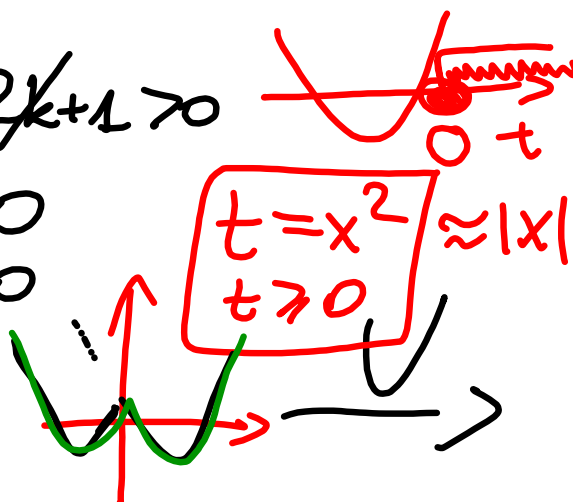
(1) $x^4 - kx^2 + 2x^2 - 2k + 2k + 1 > 0$

(1) $x^4 + x^2(2 - k) + 1 > 0$

(2) $t^2 + t(2 - k) + 1 > 0$

$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} t_1 t_2 > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \end{cases}$



lis 20-07:30

$$1) \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$



$$2) \begin{cases} \Delta = 0 \\ -\frac{b}{2a} < 0 \end{cases}$$



$$3) \begin{cases} \Delta > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ t_1 + t_2 < 0 \end{cases}$$



$$\Delta = 1 - 4k + k^2 - 1$$

$$\Delta = k(k-4)$$

$$-\frac{b}{2a} = \frac{k-2}{2} < 0 \Rightarrow k < 2$$

$$t_1 t_2 > 0 \Rightarrow \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow k \in \mathbb{R}$$

$$t_1 + t_2 < 0 \Rightarrow \frac{k-2}{1} < 0 \Rightarrow k < 2$$

lis 20-08:19

$$\Delta = k(k-4) \quad \text{Graph of } \Delta \text{ vs } k$$

$$1) k \in (0; 4)$$

$$2) \begin{cases} k \in \{0; 4\} \\ k < 2 \end{cases} \Rightarrow k = 0$$

$$3) \begin{cases} k \in (-\infty; 0) \cup (4; \infty) \\ k \in \mathbb{R} \\ k < 2 \end{cases} \Rightarrow k \in (-\infty; 0)$$

$$k \in (-\infty; 4)$$

lis 20-08:24

Zadanie 15. (0–6)

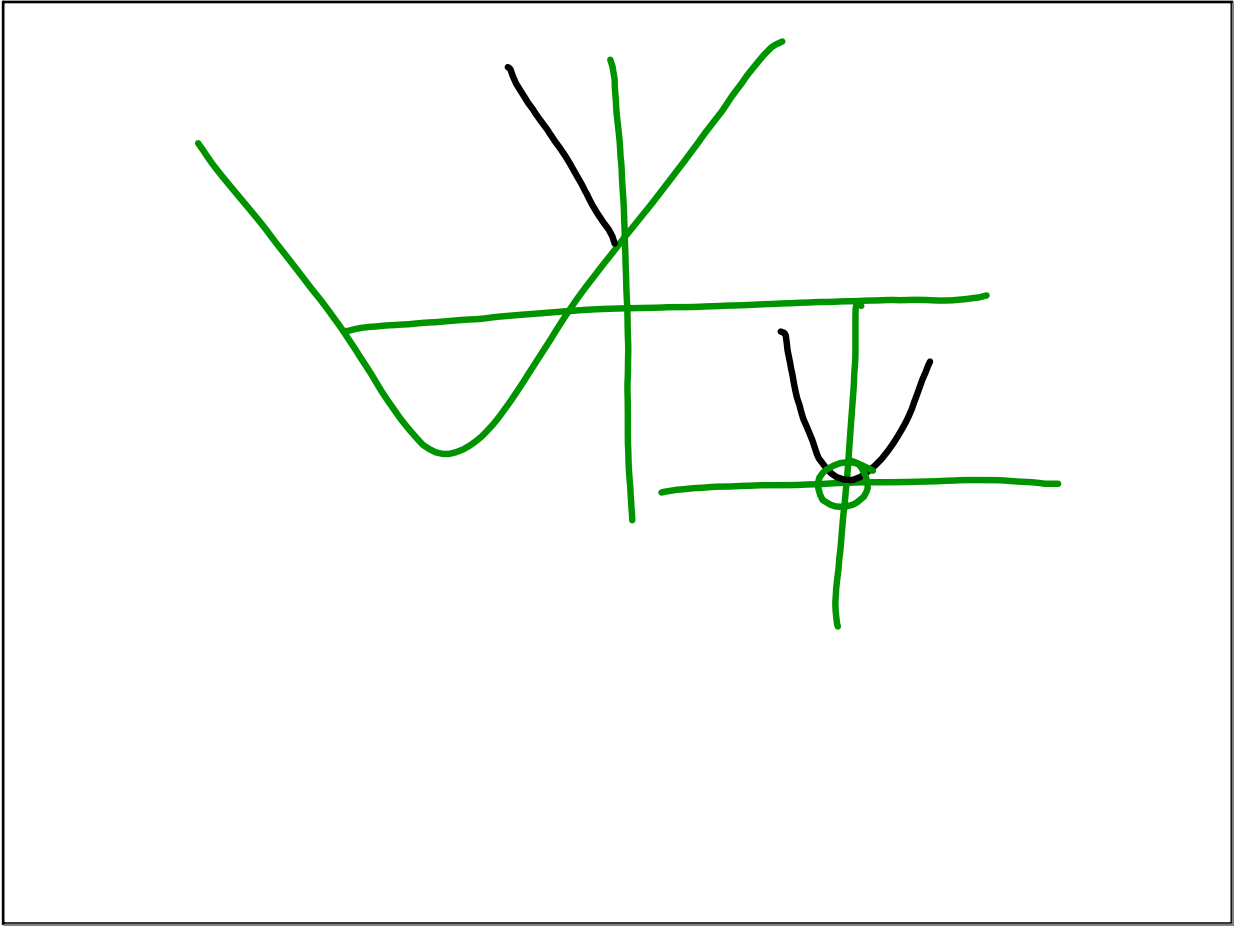
Suma wszystkich czterech współczynników wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ jest równa 0. Trzy pierwiastki tego wielomianu tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy równej 3. Oblicz współczynniki a , b i c . Rozważ wszystkie możliwe przypadki.

$$\begin{aligned} 1, 4, 7 &\Rightarrow w(x) = (x-1)(x-4)(x-7) \\ -2, 1, 4 &\Rightarrow w(x) = (x+2)(x-1)(x-4) \\ -5, -2, 1 &\Rightarrow w(x) = (x+5)(x+2)(x-1) \end{aligned}$$

lis 20-08:34

$$\Rightarrow W(x) = (x - \underline{1})(x - \underline{4})(x - \underline{7})$$
$$x^3 + x^2(-12) + x(4 + 28 + 7) - 28$$
$$(x^2 - 5x + 6) = (x - 2)(x - 3)$$
$$\frac{C}{1} = x_1 \cdot x_2 = 6$$
$$x_1 + x_2 = 5$$

lis 20-08:34



lis 20-07:30