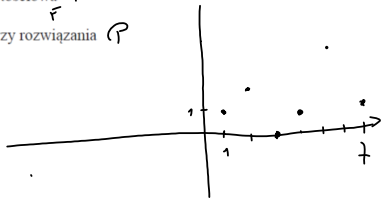


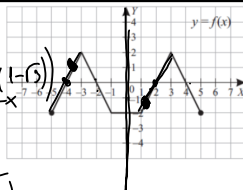
4. Funkcja f każdej liczbie należącej do zbioru $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ przyporządkowuje resztę z dzielenia tej liczby przez 3. Zatem:
- A. funkcja f jest różnowartościowa $\checkmark$
 B. $f(7) > f(2)$ $\checkmark$
 C. równanie $f(x) = 1$ ma trzy rozwiązania $\checkmark$
 D. $ZW_f = \{1, 2\}$ $\checkmark$

$$\begin{aligned} 1 &= 0 \cdot 3 + 1 \\ 2 &= 0 \cdot 3 + 2 \\ 3 &= 1 \cdot 3 + 0 \\ 4 &= 1 \cdot 3 + 1 \\ 7 &= 2 \cdot 3 + 1 \end{aligned}$$



4. Funkcja f każdej liczbie należącej do zbioru $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ przyporządkowuje resztę z dzielenia tej liczby przez 3. Zatem:
- A. funkcja f jest różnowartościowa $\checkmark$
 B. $f(7) > f(2)$ $\checkmark$
 C. równanie $f(x) = 1$ ma trzy rozwiązania $\checkmark$
 D. $ZW_f = \{1, 2\}$ $\checkmark$

5. Na poniższym rysunku przedstawiony jest wykres funkcji f , określonej w przedziale $(-5, 5)$. Wskaż zdanie fałszywe:
- A. $f(1 - \sqrt{3}) = f(\sqrt{3} - 1)$ $\checkmark$
 B. $ZW_f = (-2, 2)$ $\checkmark$
 C. funkcja f ma cztery miejsca zerowe $\checkmark$
 D. funkcja f jest rosnąca w zbiorze $(-5, -3) \cup (1, 3)$ $\checkmark$



$$\begin{aligned} x \in (-5, -3) &\Rightarrow \uparrow \\ x \in (1, 3) &\Rightarrow \uparrow \\ f(-1) &= f(1) \end{aligned}$$

5. Na poniższym rysunku przedstawiony jest wykres funkcji f , określonej w przedziale $(-5, 5)$. Wskaż zdanie fałszywe:
- A. $f(1 - \sqrt{3}) = f(\sqrt{3} - 1)$ $\checkmark$
 B. $ZW_f = (-2, 2)$ $\checkmark$
 C. funkcja f ma cztery miejsca zerowe $\checkmark$
 D. funkcja f jest rosnąca w zbiorze $(-5, -3) \cup (1, 3)$ $\checkmark$
- Własności funkcji parzystych:
- dziedzina jest symetryczna względem zera. (jeśli x należy do dziedziny to $-x$ też należy do dziedziny)
 - wykres funkcji parzystej jest symetryczny względem osi OY.
 - $f(-x) = f(x)$ - funkcje parzyste dla liczb przeciwnych przyjmują te same wartości.
- $f(1 - \sqrt{3}) = f(-(\sqrt{3} - 1)) = f(\sqrt{3} - 1)$ $\checkmark$
- $y = x$ $\checkmark$
 $y = x^2$ $\checkmark$
 $y = x^3$ $\checkmark$
 $y = \frac{1}{x}$ $\checkmark$
- $y = |x|$ $\checkmark$
 $y = \sqrt{x}$ $\checkmark$
 $y = \frac{1}{x^2}$ $\checkmark$
- $(-4)^2 = 16$
 $(6 - \infty)^2 = \infty$
 $|a - b| = |b - a|$
- A) $x \in (-5, -3) \Rightarrow \uparrow$
 $x \in (1, 3) \Rightarrow \uparrow$

- Własności funkcji parzystych:
- dziedzina jest symetryczna względem zera. (jeśli x należy do dziedziny to $-x$ też należy do dziedziny)
 - wykres funkcji parzystej jest symetryczny względem osi OY.
 - $f(-x) = f(x)$ - funkcje parzyste dla liczb przeciwnych przyjmują te same wartości.
- $y = |x|$ $\checkmark$
 $y = x^2$ $\checkmark$
 $y = 5$ $\checkmark$
 $y = c$ $\checkmark$
- Własności funkcji nieparzystych:
- dziedzina jest symetryczna względem zera. (jeśli x należy do dziedziny to $-x$ też należy do dziedziny)
 - wykres funkcji nieparzystej jest symetryczny względem początku układu (punktu (0,0)).
 - $f(-x) = -f(x)$ - funkcje nieparzyste dla liczb przeciwnych przyjmują te przeciwne wartości.
- $f(x) = x^3$
 $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$
 $f(x) = \frac{1}{x}$
 $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$
 $f(x) = x^5$
 $f(-x) = (-x)^5 = -x^5 = -f(x)$
 $f(x) = x$
 $f(-x) = -x = -f(x)$
 $f(5) = 5$

6. (4 pkt) Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = |x+2| - 1$, $x \in \mathbb{R}$.
- a) Oblicz miejsca zerowe funkcji f . $y = 0 \Leftrightarrow x \in \{-3, -1\}$
 b) Zapisz wzór funkcji f bez użycia znaku wartości bezwzględnej.
 c) Narysuj wykres funkcji f .
 d) Podaj zbiór wartości funkcji f .
- a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow |x+2| - 1 = 0$
 $|x+2| = 1$
 $|x+2| = 1 \Leftrightarrow x+2 = 1 \vee x+2 = -1$
 $x = -1 \vee x = -3$
 $|x| = a \Leftrightarrow y = a \vee y = -a$
- b) $f(x) = |x+2| - 1 = \begin{cases} x+2-1 & \text{dla } x+2 \geq 0 \\ -x-2-1 & \text{dla } x+2 < 0 \end{cases}$
 $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{dla } x \geq -2 \\ -x-3 & \text{dla } x < -2 \end{cases}$ PRAWA LEWA
- c)
- d) $y \in [-1, +\infty)$

(4 pkt) Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = |x+2| - 1, x \in \mathbb{R}$.

- Oblicz miejsca zerowe funkcji f .
- Zapisz wzór funkcji / bez użycia znaku wartości bezwzględnej.
- Naszkicuj wykres funkcji f .
- Podaj zbiór wartości funkcji f .

$f(x) = |x+2| - 1 \quad x \in \mathbb{R}$

a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow 0 = |x+2| - 1 \Leftrightarrow |x+2| = 1 \Leftrightarrow x \in \{-3, -1\}$

$|x+2| = 1 \Leftrightarrow x+2 = 1 \vee x+2 = -1$

$x = -1 \vee x = -3$

b) $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

c) $f(x) = |x+2| - 1 = \begin{cases} x+2-1 & \text{dla } x+2 \geq 0 \\ -x-2-1 & \text{dla } x+2 < 0 \end{cases} = \begin{cases} x+1 & \text{dla } x \geq -2 \\ -x-3 & \text{dla } x < -2 \end{cases}$

Wartość bezwzględna - opuszczamy wartość bezwzględną bez zmian jeśli wyrażenie pod wartością jest nieujemne, jeśli wyrażenie pod wartością bezwzględną jest ujemne to opuszczamy wartość zmieniając wszystkie znaki wyrażenia na przeciwne.

$|y| = a \Leftrightarrow y = a \vee y = -a$

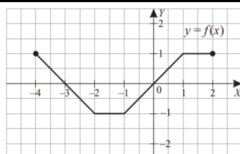
$a > 0$

$|y| < a \Leftrightarrow y < a \wedge y > -a$

$y \in (-a, a)$

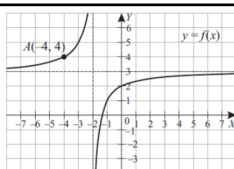
$|y| > a \Leftrightarrow y > a \vee y < -a$

7. (2 pkt) Na rysunku obok przedstawiony jest wykres funkcji f . Wykaż, że jeśli dla argumentu $-\sqrt{3}$ funkcja f oraz funkcja $g(x) = -x^2 - mx + m$ przyjmują tę samą wartość, to $m = \sqrt{3} - 1$.



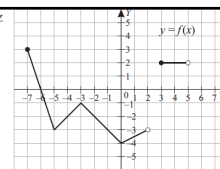
8. (4 pkt) We wspólnym układzie współrzędnych naszkicuj wykresy funkcji $f(x) = x^2$ oraz $g(x) = -x + 2$, gdzie $x \in \mathbb{R}$. Na podstawie rysunku podaj zbiór rozwiązań nierówności $x^2 \geq -x + 2$.

9. (5 pkt) Na rysunku obok przedstawiony jest wykres funkcji $f(x) = \frac{ax+4}{x+2}$. Do wykresu funkcji f należy punkt $A(-4, 4)$.
- Odczytaj z wykresu dziedzinę i zbiór wartości funkcji f .
 - Oblicz wartość a .
 - Dla wyznaczonej wartości a oblicz miejsca zerowe funkcji f , a następnie odczytaj z wykresu, dla jakich argumentów funkcja f przyjmuje wartości nieujemne.



6. (5 pkt) Na podstawie wykresu funkcji f (zobacz rysunek obok) uzupełnij zapis:

- $D_f = \dots$
- $ZW_f = \dots$
- funkcja f jest malejąca w przedziałach: $\dots$
- najmniejsza wartość funkcji f wynosi: $\dots$
- $-3 < f(x) < 0 \Leftrightarrow \dots$



7. (2 pkt) Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{4-x}{x+1}$, gdzie $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$. Wykaż, że jeśli $f(2-a) = f(a)$, to $a = 1$.

8. (4 pkt)

$$\text{Funkcja } f \text{ opisana jest wzorem: } f(x) = \begin{cases} x+6, & \text{jeśli } x \in (-\infty, -2) \\ x^2, & \text{jeśli } x \in (-2, 1) \\ x, & \text{jeśli } x \in (1, +\infty) \end{cases}$$

- a) Wyznacz miejsca zerowe funkcji f .
b) Narysuj wykres funkcji f .

9. (4 pkt) Do wykresu funkcji $f(x) = (2x-a)(2x+a)$, gdzie $x \in \mathbb{R}$ należy punkt $A(3, 32)$.
a) Wyznacz wartość a .
b) Przy wyznaczonej wartości parametru a wyznacz argument, dla którego funkcja $y = f(x)$ oraz funkcja $g(x) = 4x^2 - 5x + 11$ przyjmują tę samą wartość.