

4. Funkcja f każdej liczbie należącej do zbioru $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ przyporządkowuje resztę z dzielenia tej liczby przez 3. Zatem: $Y \quad \begin{array}{r} 1 \overline{) 2012012} \end{array}$

A. funkcja f jest różnowartościowa F

B. $f(7) > f(2)$ $60 \quad 1 > 2 \quad F$

C. równanie $f(x) = 1$ ma trzy rozwiązania P

D. $ZW_f = \{1, 2\}$ $\neq$

5. Na poniższym rysunku przedstawiono wykres funkcji f , określonej w przedziale $(-5, 5)$. Wskaz zdanie fałszywe:

P A. $f(1 - \sqrt{3}) = f(\sqrt{3} - 1)$
 P B. $ZfW = (-2, 2)$
 P C. funkcja f ma cztery miejsca zerowe $\times e \{ -1, -1, 1, 1 \}$
 D. funkcja f jest rosnąca w zbiorze $(-5, -3) \cup (1, 3)$

Właściwości funkcji parzystych:

- dziedzina jest symetryczna względem zera. (jeśli x należy do dziedziny to $-x$ też należy do dziedziny)
- wykreś funkcji parzystej jest symetryczny względem osi OY.
- $f(-x) = f(x)$ - funkcje parzyste dla liczb przeciwnych przyjmują te same wartości.

$f(1 - \sqrt{3}) = f(-(\sqrt{3} - 1)) = f(\sqrt{3} - 1)$ bo bo

$y = x$ N
 $y = x^2$ P
 $y = x^3$ N
 $y = \frac{1}{x}$ N

$y = |x|$ P $| -x | = | x |$
 $y = x^2$ P
 $y = x^3$ N

$(x-4)^2 =$
 $(b-a)^2$

$|a-b| = |b-a|$

A) A) $x \in (-5, -3) \Rightarrow + \uparrow$
 $x \in (1, 3) \Rightarrow + \uparrow$

6. (4 pkt) Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = |x+2| - 1, x \in \mathbb{R}$.

- Oblicz miejsca zerowe funkcji f . $y=0 \Leftrightarrow x \in \{-3, -1\}$
- Zapisz wzór funkcji f bez użycia znaku wartości bezwzględnej.
- Podaj zbiór wartości funkcji f .

a) $\downarrow x=0 \Leftrightarrow |x+2|-1=0$

$\downarrow f=1 \Rightarrow |x+2|-1=2$

$|x+2|=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=1 \\ x+2=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-3 \end{cases}$

$|y|=a \Leftrightarrow y=a \vee y=-a$

b) $\downarrow y=1 \Rightarrow |x+2|-1=1$

$\downarrow x=1 \Rightarrow |x+2|-1=1$

$\downarrow x=-3 \Rightarrow |x+2|-1=1$

$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \in (-1, +\infty) \\ -x-3 & x \in (-\infty, -1) \end{cases}$ PRAWA LEWA

$y \in (-1, +\infty)$

(4 pkt) Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = |x+2| - 1, x \in \mathbb{R}$.

- Oblicz miejsca zerowe funkcji f .
- Zapisz wzór funkcji f bez użycia znaku wartości bezwzględnej.
- Naszkicuj wykres funkcji f .
- Podaj zbiór wartości funkcji f .

$f(x) = |x+2| - 1 \quad x \in \mathbb{R}$

a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow 0 = |x+2| - 1 \Leftrightarrow |x+2| = 1$
 $|x+2| = 1 \Leftrightarrow x+2 = 1 \vee x+2 = -1$
 $x = -1 \vee x = -3$

b) $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

c) $f(x) = |x+2| - 1 = \begin{cases} x+2-1 & \text{dla } x+2 \geq 0 \\ -x-2-1 & \text{dla } x+2 < 0 \end{cases} = \begin{cases} x+1 & \text{dla } x \geq -2 \\ -x-3 & \text{dla } x < -2 \end{cases}$

Wartość bezwzględna: opuszczamy wartość bezwzględną bez zmian jeśli wyrażenie pod wartością jest nieujemne, jeśli wyrażenie pod wartością bezwzględną jest ujemne to opuszczamy wartość zmieniając wszystkie znaki wyrażenia na przeciwne.

$|y| = a \Leftrightarrow y = a \vee y = -a$

$a > 0$

$|y| < a \Leftrightarrow y < a \wedge y > -a$

$y \in (-a, a)$

$|y| > a \Leftrightarrow y > a \vee y < -a$

7. (2 pkt) Na rysunku obok przedstawiony jest wykres funkcji f . Wykaż, że jeśli dla argumentu $-\sqrt{3}$ funkcja f oraz funkcja $g(x) = -x^2 - mx + m$ przyjmują tę samą wartość, to $m = \sqrt{3} - 1$.

$x = -\sqrt{3} \quad f(x) = f(-\sqrt{3}) = -1$

$g(-\sqrt{3}) = -(-\sqrt{3})^2 - m(-\sqrt{3}) + m = -3 + m\sqrt{3} + m$

$g(x) = -x^2 - mx + m \quad g(\sqrt{3}) = -3 + m\sqrt{3} + m$

8. (4 pkt) We wspólnym układzie współrzędnych naszkicuj wykresy funkcji $f(x) = x^2$ oraz $g(x) = -x + 2$, gdzie $x \in \mathbb{R}$. Na podstawie rysunku podaj zbiór rozwiązań nierówności $x^2 \geq -x + 2$.

$-(-\sqrt{3})^2 - m(-\sqrt{3}) + m = -3 + m\sqrt{3} + m = -1$

$m(\sqrt{3}+1) = 2 \quad | :(\sqrt{3}+1)$

$m = \frac{2}{(\sqrt{3}+1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{2} = \sqrt{3}-1$

8. (4 pkt) We wspólnym układzie współrzędnych naszkicuj wykresy funkcji $f(x) = x^2$ oraz $g(x) = -x + 2$, gdzie $x \in \mathbb{R}$. Na podstawie rysunku podaj zbiór rozwiązań nierówności $x^2 \geq -x + 2$.

$f(x) = x^2$

$g(x) = -x + 2$

$x = -1 \quad g(-1) = -(-1) + 2 = 1$

$x = 2 \quad g(2) = -2 + 2 = 0$

$x^2 \geq -x + 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$

9. (5 pkt) Na rysunku obok przedstawiony jest wykres funkcji $f(x) = \frac{ax+4}{x+2}$. Do wykresu funkcji f należy punkt $A(-4, 4)$.

- Odczytaj z wykresu dziedzinę i zbiór wartości funkcji f .
- Oblicz wartość a .
- Dla wyznaczonej wartości a oblicz miejsce zerowe funkcji f , a następnie odczytaj z wykresu, dla jakich argumentów funkcja f przyjmuje wartości nieujemne.

6. (5 pkt) Na podstawie wykresu funkcji f (zobacz rysunek obok) uzupełnij zapis:

- $D_f = \dots$
- $ZW_f = \dots$
- funkcja f jest malejąca w przedziałach: $\dots$
- najmniejsza wartość funkcji f wynosi: $\dots$
- $-3 < f(x) < 0 \Leftrightarrow \dots$

7. (2 pkt) Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{4-x}{x+1}$, gdzie $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$. Wykaż, że jeśli $f(2-a) = f(a)$, to $a = 1$.

8. (4 pkt)

$$\text{Funkcja } f \text{ opisana jest wzorem: } f(x) = \begin{cases} x+6, & \text{jeśli } x \in (-\infty, -2) \\ x^2, & \text{jeśli } x \in [-2, 1) \\ x, & \text{jeśli } x \in [1, +\infty) \end{cases}$$

- a) Wyznacz miejsca zerowe funkcji f .
b) Narysuj wykres funkcji f .

9. (4 pkt) Do wykresu funkcji $f(x) = (2x-a)(2x+a)$, gdzie $x \in \mathbb{R}$ należy punkt $A(3, 32)$.
a) Wyznacz wartość a .
b) Przy wyznaczonej wartości parametru a wyznacz argument, dla którego funkcja $y = f(x)$ oraz funkcja $g(x) = 4x^2 - 5x + 11$ przyjmują tę samą wartość.