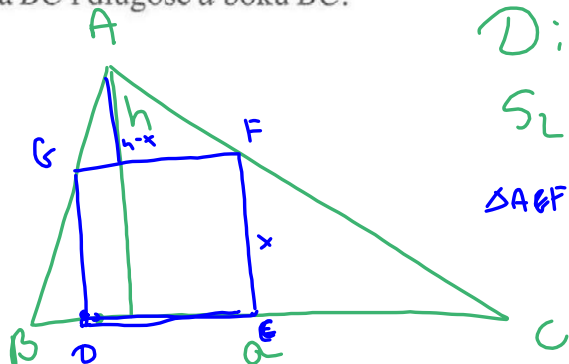


Zad. 85

W trójkąt ABC wpisano kwadrat tak, że jeden bok zawiera się w boku BC trójkąta. Znajdź bok kwadratu, znając wysokość h opuszczoną na BC i długość a boku BC .



$$D: a, h$$

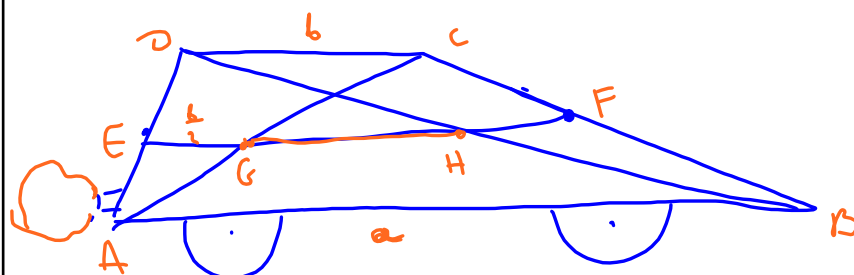
$$S_L : x$$

$$\triangle AGF \sim \triangle ABC \text{ (kkk)}$$

$$\frac{h-x}{x} = \frac{h}{a} \Rightarrow x = \frac{ah}{a+h}$$

Zad. 86

Podstawy trapezu a i b . Znajdź długość odcinka wyciętego z pierwszej linii średniej przez przekątne oraz długość odcinka równoległego do podstaw, przechodzącego przez punkt wspólny przekątnych, zawartego między ramionami trapezu.



$$D: a, b$$

$$GH = ?$$

$$EF = \frac{a+b}{2}$$

$$\begin{aligned} & \triangle FHC \sim \triangle AHC \\ & FH = \frac{b}{2} \end{aligned}$$

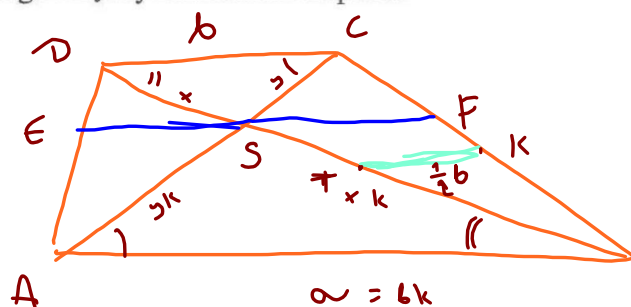
$$\overline{EF} \parallel \overline{AB} \parallel \overline{DC} \wedge E \in \overline{AD}$$

$$GH = \frac{a+b}{2} - b = \frac{a-b}{2}$$

$$\triangle FHC \sim \triangle AHC \Rightarrow FH = \frac{b}{2}$$

Zad. 86

Podstawy trapezu a i b . Znajdź długość odcinka wyciętego z pierwszej linii średniej przez przekątne oraz długość odcinka równoległego do podstaw, przechodzącego przez punkt wspólny przekątnych, zawartego między ramionami trapezu.



$$\triangle DSC \sim \triangle BSA \text{ (KKK)}$$

$$\frac{DS}{SB} = \frac{b}{a} = \frac{1}{k}$$

$$\triangle TDK \sim \triangle BDC \sim$$

$$\triangle SBF$$

$$\Leftrightarrow \frac{TK}{SF} = \frac{\frac{1}{2}(x+xk)}{xk} = \frac{1+k}{2k}$$

$$SF = \frac{1}{2}bk \cdot \frac{1}{1+k} =$$

$$SF = \frac{b \cdot \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{k}} = \frac{1}{2+b}$$

$$ES = FS = \frac{2 \cdot 1}{4+b}$$

Zad. 87

W trójkącie ostrokątnym ABC poprowadzono wysokości AD i BE . Wykaż, że $DC : EC = AC : BC$.

Zad. 88

Dwusieczna AD przecina okrąg opisany na trójkącie ABC w P . Wykaż, że trójkąty ABP i BDP są podobne.

Zad. 89

Jedna z przekątnych czworokąta wpisanego w okrąg jest jego średnicą. Wykaż, że rzuty prostokątne przeciwległych boków na drugą przekątną są sobie równe.

Zad. 90

Na boku AD równoległoboku punkt P taki, że $AP = \frac{1}{n}AD$. Q – punkt przecięcia się prostej AC z BP . Oblicz stosunek $AQ : AC$.

Zad. 91

Punkty K i L dzielą boki BC i AC trójkąta w stosunku $BK : KC = 1 : p$ oraz $AL : LC = 1 : q$. W jakim stosunku dzielą się odcinki AK i BL ?

Zad. 92

Punkty A i B wycinają z okręgu o środku O łuk o mierze 60° . Na tym łuku punkt M . Wykaż, że prosta przechodząca przez środek odcinka AM i środek odcinka OB jest prostopadłą do prostej przechodzącej przez środki odcinków BM i OA .

Zad. 93

W prostokącie $ABCD$ M i N to środki boków AD i BC . Na przedłużeniu odcinka DC poza punkt D obrano punkt P . Prosta PM przecina prostą AC w Q . Wykaż, że $\sphericalangle QNM = \sphericalangle MNP$.

Zad. 94

Przekątne czworokąta $ABCD$ przecinają się w O . Wykaż, że $AO \cdot BO = CO \cdot DO \iff BC \parallel AD$.