

Wartość bezwzględna. Proste równania i nierówności z wartością bezwzględną

2.156. **2.166.** Oblicz:

- | | | | |
|---------------------|---------------------------------|----------------------------|-----------------|
| a) $ 0 $ | b) $\left -2\frac{5}{6}\right $ | c) $ 1,5 $ | d) $ -\pi $ |
| e) $ \sqrt{2} - 3 $ | f) $ 1 - \sqrt{2} $ | g) $ \sqrt{3} - \sqrt{7} $ | h) $ 2\pi - 8 $ |

2.157. **2.167.** Oblicz wartość wyrażenia. Oceń, jaką liczbą – wymierną czy niewymierną – jest wynik obliczeń.

- | | |
|--|---|
| a) $ 3 - \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1,3 $ | b) $2 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{2} $ |
| c) $ 3 - \pi - \pi - 3 $ | d) $ 1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} $ |
| e) $ 1,8 - 4 + 2,9 - 1,4 $ | f) $ 1 - \sqrt{2} \cdot -\sqrt{2} $ |
| g) $ \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{2} $ | h) $3 1 - \sqrt{6} - 3\sqrt{6}$ |

DEF

$$|x| = \begin{cases} x & \text{dla } x \geq 0 \\ -x & \text{dla } x < 0 \end{cases}$$

$$|x| = 5 \Leftrightarrow x = 5 \vee x = -5$$

$|5| = 5 \quad | -5 | = 5$

$$|x| = a \quad a \geq 0 \Leftrightarrow x = a \vee x = -a$$

$$|5 - 8x| - 2 = \sqrt{3}$$

$$|5 - 8x| = \sqrt{3} + 2 \Leftrightarrow \underset{\text{I}}{5 - 8x = \sqrt{3} + 2} \vee \underset{\text{II}}{5 - 8x = -(\sqrt{3} + 2)}$$

$$\begin{array}{ll} \text{I} & -8x = \sqrt{3} - 3 \quad | \cdot (-\frac{1}{8}) \\ & x = -\frac{1}{8}\sqrt{3} + \frac{3}{8} \end{array} \quad \vee \quad \begin{array}{ll} \text{II} & -8x = -\sqrt{3} - 7 \\ & x = \frac{1}{8}\sqrt{3} + \frac{7}{8} \end{array}$$

$$|3 - |2x - 5|| - 4 = 0$$

$|x| = a \Leftrightarrow x = a \vee x = -a$
 $|cos| = cos^2$

$$|3 - |2x - 5|| = 4 \Leftrightarrow \underbrace{3 - |2x - 5| = 4}_I \vee \underbrace{3 - |2x - 5| = -4}_{II}$$

$| -7 | = -(-7) = 7$

I
 $3 - |2x - 5| = 4$
 $-|2x - 5| = 1 \quad | \cdot (-1)$
 $|2x - 5| = -1$
 $\emptyset \quad -1 < 0$

II
 $3 - |2x - 5| = -4$
 $-|2x - 5| = -7$
 $|2x - 5| = 7$
 $2x - 5 = 7 \quad \vee \quad 2x - 5 = -7$
 $2x = 12 \quad \quad \quad 2x = -2$
 $x = 6 \quad \quad \quad x = -1$

odp $x \in \{-1; 6\}$

e) $|3 - 2x| + 1 = 4$

g) $|4 + |x - 7|| = 2$

f) $|2x + 5| - 4 = 3$

h) $|6 - x| - 2 = 2$

$$|2x + 5| - 4 = 3 \Leftrightarrow |2x + 5| - 4 = 3 \quad \vee \quad |2x + 5| - 4 = -3$$

$$|2x + 5| = 7$$

$$2x + 5 = 7 \quad \vee \quad 2x + 5 = -7$$

$$2x = 2 \quad \quad \quad 2x = -12$$

$$x = 1 \quad \quad \quad x = -6$$

$$|2x + 5| = 1$$

$$2x + 5 = 1 \quad \vee \quad 2x + 5 = -1$$

$$2x = -4 \quad \quad \quad 2x = -6$$

$$x = -2 \quad \quad \quad x = -3$$

odp $x \in \{-6, -3, -2, 1\}$

e) $|3 - 2x| + 1 = 4$

f) $|2x + 5| - 4 = 3$

g) $|4 + |x - 7|| = 2$

h) $|6 - x| - 2 = 2$

e) $|3 - 2x| + 1 = 4 \Leftrightarrow$

$$|3 - 2x| + 1 = 4$$

$$|3 - 2x| = 3$$

$$3 - 2x = 3$$

$$-2x = 0$$

$$x = 0$$

1.106. Rozwiąż równania metodą algebraiczną i graficzną:

a) $|x| - 6 = 4$

b) $|x| - 1 = 1$

c) $|x - 3| + 2 = 3$

d) $|x + 1| - 3 = 5$

e) $|3 - 2x| + 1 = 4$

f) $|2x + 5| - 4 = 3$

g) $|4 + |x - 7|| = 2$

h) $|6 - x| - 2 = 2$

1.107. Rozwiąż równania:

a) $3 - |4 - x| = 2x$

b) $|2 - x| = x - 1$

c) $2|x| + x = 3$

d) $|x| = 0,5x - 1$

e) $1 - |x + 5| = x$

f) $6 + x = 2|x + 3|$

g) $|x + 2| = x + 2$

h) $|1 - x| = x - 1$

$$\begin{array}{l} \text{I } x - 1 \geq 0 \\ |x| = a \Leftrightarrow x = a \vee x = -a \end{array}$$

2.158 **2.168.** Zapisz odległość na osi liczbowej między danymi liczbami, używając znaku wartości bezwzględnej; następnie oblicz tę odległość:

- a) -4 i -28 b) 7 i $1,2$
 c) $14\frac{1}{3}$ i $28\frac{1}{3}$ d) $-12,6$ i $8,4$
 e) $-2\sqrt{2}$ i $4\sqrt{2}+3$ f) $\sqrt{3}-1$ i $\sqrt{3}+7$
 g) $1-2\sqrt{3}$ i $4+2\sqrt{3}$ h) $-2\sqrt{6}$ i $4-2\sqrt{6}$

2.159 **2.169.** Oblicz wartość wyrażenia, jeśli $a = -4$:

- a) $||a| - a|$ b) $2a \cdot |a - 3|$ c) $|a| \cdot |3a - 2|$

2.160 **2.170.** Oblicz wartość wyrażenia, jeśli $b = 3$:

- a) $||2 - b| - b|$ b) $|-1 - |2 - b|| + b$ c) $-2b - |-b + 1|$

2.161 **2.171.** Oblicz wartość wyrażenia, jeśli $c = -\sqrt{5}$

- a) $||1 + c| + c|$ b) $|-1 - |2 - c||$ c) $1 - |3c + |2c - 4||$

2.162 **2.172.** Podaj wartość wyrażenia:

- a) $|a - 3| - |a - 2|$, jeśli $a \in (-\infty, 0)$ b) $|4 - a| + |2 + a|$, jeśli $a \in (-2, 4)$
 c) $|a - 3| - |a + 4|$, jeśli $a \in (3, +\infty)$ d) $|a + 1| - |a + 5|$, jeśli $a \in (-\infty, -5)$
 e) $|-2a| \cdot |a - 1|$, jeśli $a \in (-\infty, -1)$ f) $|1 + 2a| + |-3a|$, jeśli $a \in (-\infty, -2)$
 g) $a - |3 - |a||$, jeśli $a \in (4, +\infty)$ h) $|2a| - |1 - |a||$, jeśli $a \in (-\infty, -3)$

2.163 **2.173.** Rozwiąż równania:

- a) $|x| = 4$ b) $|x| = \frac{1}{3}$ c) $4|x| = 6\sqrt{2}$
 d) $3|x| = 7,5$ e) $5|x| = 10\sqrt{3}$ f) $-3|x| = 18$
 g) $|x| + 5 = 5$ h) $\frac{|x|}{4} = -2$ i) $\frac{2|x| - 1}{3} = 1$

2.164 **2.174.** Rozwiąż równania:

- a) $|x - 1| = 2$ b) $|x - 4| = 0$ c) $|x + 1| = 4$
 d) $|x + 2| = 3$ e) $|x - 3| = 7$ f) $1 - |x + 5| = 0$
 g) $7|x - 5| = 21$ h) $2|x - 1| - 4 = 0$ i) $5 - 2|x + 3| = -15$

2.165 **2.175.** Rozwiąż równania:

- a) $|x - 1,2| - 6,8 = 0$ b) $|3,4 - x| = 0,6$ c) $1,5 - |2,5 + x| = 1,5$
 d) $|x + 1,3| = 0,7$ e) $\frac{|x + 1,2| - 6,8}{3} = 0$ f) $\frac{|x + 2,4| + 1,2}{3} = \frac{1}{3}$

2.166 **2.176.** Podaj przykład równania z wartością bezwzględną, które ma dwa rozwiązania

- a) dodatnie b) ujemne c) o różnych znakach.

2.167 **2.177.** Zapisz równanie z niewiadomą x typu $|x - a| = b$, jeśli dany jest jego zbiór rozwiązań:

- a) $\{-7, 7\}$ b) $\{-\sqrt{6}, \sqrt{6}\}$ c) $\{2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}\}$
 d) $\left\{1\frac{3}{4}\right\}$ e) $\{-8, -4\}$ f) $\{5, 17\}$
 g) $\{-3, 7\}$ h) $\{-4,8; 1,2\}$ i) $\{2\sqrt{3}, 6\sqrt{3}\}$

2.170 **2.178.** Zaznacz na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb, spełniających nierówność:

- a) $|x| \leq 2$ b) $|x| > 5$ c) $|x| \geq 6$
 d) $|x| - \frac{1}{3} \leq 0$ e) $|x| < 1$ f) $|x| - 3,2 \geq 0$
 g) $|x| > \sqrt{2}$ h) $\frac{2}{3}|x| - 1 > \frac{1}{3}$ i) $5|x| - 15 \leq 0$

2.171 **2.179.** Rozwiąż nierówności:

- a) $|x - 4| < 3$ b) $|x + 1| \leq 2$ c) $|x - 2| > 0$
 d) $|x + 2| \geq -3$ e) $|3 - x| - 1 \leq 0$ f) $|5 + x| - 2 > 0$
 g) $0 < 4 - |x - 4|$ h) $1 - |9 - x| \geq 1$ i) $-3|6 + x| < 0$

2.172 **2.180.** Rozwiąż nierówności:

- a) $|x + 1,4| - 8,4 \leq 0$ b) $0 > 1,4 - |2,6 - x|$ c) $|0,25 + x| \geq 1,25$
 d) $|x - 1,3| < 1,8$ e) $|x + 8| \leq 0$ f) $2|x - 1| + 3 < 1$
 g) $0,7|x - 0,1| > 0$ h) $3|x + 2| + 1,8 < 0$ i) $-2|5 - x| + 1,2 > 0$

2.173 **2.181.** Podaj przykład nierówności z wartością bezwzględną, której zbiorem rozwiązań jest:

- a) zbiór pusty b) zbiór jednoelementowy c) zbiór liczb rzeczywistych $\mathbb{R}$.

2.174 **2.182.** Zapisz nierówność z wartością bezwzględną, jeśli dany jest jej zbiór rozwiązań:

- a) $(-9, 9)$ b) $\langle 0, 10 \rangle$ c) $(-4, 12)$
 d) $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$ e) $(-\infty, 5) \cup (7, +\infty)$ f) $(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$
 g) $\langle -9, 5 \rangle$ h) $(2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$ i) $(-\infty, -2\pi) \cup (4\pi, +\infty)$

2.175 **2.183.** Wyznacz wszystkie liczby całkowite, spełniające jednocześnie obie nierówności:

- a) $|x - 2| < 3$ i $3 - |x| > 0$ b) $|x + 1| \geq 4$ i $|x - 2| - 4 < 0$
 c) $|x - 1,2| \leq 4$ i $-2 + |x| \leq 0$ d) $2|x - 0,4| < 5$ i $|x + 0,1| - 0,4 \leq 0$

2.177. **2.184.** Zbiór A jest zbiorem rozwiązań nierówności $3 - |x + 3| > 0$, zaś zbiór B – zbiorem rozwiązań nierówności $|x + 4| \geq 1$.

- Wypisz wszystkie liczby parzyste należące do zbioru A .
- Podaj przykład liczby wymiernej, która nie należy do zbioru B .
- Wyznacz zbiory $A \cap B$ i $B - A$.

2.178. **2.185.** Zbiór A jest zbiorem rozwiązań nierówności $4 - 2|x| > 0$, zaś zbiór B – zbiorem rozwiązań nierówności $|x + 1| - 2 \leq 0$.

- Zaznacz na osiach liczbowych zbiory A i B .
- Wypisz wszystkie liczby naturalne należące do zbioru $A \cup B$.
- Podaj przykład liczby niewymiernej należącej do zbioru $B - A$.
- Wyznacz zbiór $A' \cap B'$.

2.186. Rozwiąż równania:

- | | |
|---------------------|----------------------|
| a) $ 3x + 7 = 2$ | b) $ 25x - 3 = 122$ |
| c) $ 9 - 4x = 21$ | d) $ 1 - 2x = 13$ |
| e) $ 4x^2 - 1 = 8$ | f) $ 2x^2 - 17 = 1$ |

2.187. Rozwiąż równania:

- | | |
|-------------------------|-----------------------------|
| a) $ x - 6 = 8$ | b) $ x - 2 = 1$ |
| c) $ x + 1 - 4 = 3$ | d) $ x - 3 + 1 = 9$ |
| e) $ 7 - 2x - 5 = 6$ | f) $ 5 - 3x + 1 - 2 = 0$ |

2.188. Rozwiąż nierówności:

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| a) $ 3x + 13 \leq 100$ | b) $ 12x - 2 < 50$ |
| c) $ 4 - 5x > 13$ | d) $ 17 - 6x \geq 5$ |
| e) $1 - 2x - 7 \leq 0$ | f) $3 - 2 - 5x > 0$ |

2.189. Rozwiąż nierówności:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a) $ x - 1 \leq 2$ | b) $ x - 1 - 3 \geq 4$ |
| c) $ x + 2 - 5 > 1$ | d) $ x - 2 - 4 < 2$ |
| e) $ 2x + 3 - 7 \leq 6$ | f) $ 3x - 2 - 6 \geq 1$ |
| g) $ 8 - 5x + 2 > 10$ | h) $ 4x + 2 + 1 < 3$ |

Własności wartości bezwzględnej

*2.168. **2.190.** Rozwiąż równania:

- | | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $ x + x^2 - x = 0$ | b) $ x - 3 + x^2 - 9 = 0$ |
| c) $ x - 1 + x + 2 + x - 5 = 0$ | d) $ x + 2 = -1 (x - 2)(x + 2) $ |

2.191. Doprowadź wyrażenia do najprostszej postaci wyrażenia:

- a) $|x-1| - |1-x|$ b) $2 \cdot |2x-6| - 4 \cdot |3-x|$
 c) $\frac{1}{|x-2|} \cdot |2-x|, x \neq 2$ d) $\left| \frac{4x-16}{3} \right| \cdot \left| \frac{6}{4-x} \right|, x \neq 4$
 e) $\frac{(4x-2)^2}{4 \cdot |1-2x|}$ f) $\frac{(3x+6)^2}{3\sqrt{(x+2)^2}}$

2.192. Rozwiąż równania, korzystając z własności wartości bezwzględnej:

- a) $\sqrt{x^2} = 11$ b) $\sqrt{(x-3)^2} = 1$
 c) $\sqrt{(5-x)^2} = 7$ d) $\sqrt{(9+2x)^2} = 3$
 e) $(3x+8)^2 = 25$ f) $(2x-10)^2 = 36$
 g) $16 - (5x-1)^2 = 0$ h) $49 - (3-4x)^2 = 0$

2.193. Rozwiąż nierówności, korzystając z własności wartości bezwzględnej:

- a) $\sqrt{x^2} > 1$ b) $\sqrt{x^2} \leq 3$ c) $\sqrt{(x-5)^2} < 4$
 d) $\sqrt{(4-x)^2} > 6$ e) $\sqrt{(2x+3)^2} \geq 3$ f) $\sqrt{(3x-5)^2} < 7$

2.194. Rozwiąż nierówności, korzystając z własności wartości bezwzględnej:

- a) $x^2 > 2$ b) $4x^2 \leq 1$ c) $(x+1)^2 < 9$
 d) $9(x-2)^2 \leq 16$ e) $(5x-3)^2 - 4 \geq 0$ f) $25 - (2x+1)^2 > 0$

2.195. Sprawdź, czy istnieje rozwiązanie równania należące do podanego obok przedziału:

- a) $|x+3| + |x-1| = 6, x \in (-\infty, -3]$
 b) $|x-5| + |x| = 7, x \in (0, 5)$
 c) $|x+3| - |2x-2| = 8, x \in (1, +\infty)$
 d) $|3x+6| - |x-1| = 5, x \in (-2, 1)$
 e) $|6-2x| - |3x+9| = 1, x \in (3, +\infty)$
 f) $4|x+1| + |5x+10| = 4, x \in (-\infty, -2)$

***2.196.** Wykaż, że dane równania nie mają rozwiązań:

- a) $|x| + |x+2| = 1$ b) $|x-3| + |x-6| = 2$
 c) $|x+4| + |9+x| = 3$ d) $|2x+1| + |5-2x| = 4$

***2.197.** Wykaż, że dane równania nie mają rozwiązań:

- a) $|x+2| - |x| = 3$ b) $|x+1| - |x+4| = -5$
 c) $|x+10| - |x+4| = 7$ d) $|2x-8| - |5-2x| = -4$

4.9 $(3x-2)^2 - 5x - (3x+2)(3x-2) < (2-3x)^2 - 9x^2 + 4$ (odp.: $x > 0$)

4.10 $(x+1)^2 - (x+2)(x-2) - 3\left(x + \frac{2}{3}\right) > (x-2)^2 - x^2 + 5x$ (odp.: $x < -\frac{1}{2}$)

4.11 $-3x(x+5) + (2x+1)^2 + 2x \geq (x-3)^2 - 5x - 20$ (odp.: $x \geq 1$)

4.12 Wyznacz zbiór A liczb całkowitych jednocyfrowych spełniających tę nierówność:

$\frac{x+2}{4} + (x+1)(x-1) < (x+2)^2 - \frac{4x-1}{3}$ (odp.: $x > -2$)

4.13 $\frac{(x-2)^2}{4} - \frac{(x-3)(x+3)}{6} \leq x - 3,5 + \frac{1}{12}x^2$ (odp.: $x \geq 3$)

4.14 $\frac{2}{3} - \frac{x(3x+2)}{6} < \frac{1}{2}x(1+x) - \frac{(2x-1)(2x+1)}{4}$ (odp.: $x > \frac{1}{2}$)

4.15 $(3x+1)^2 - \frac{x-3}{2} \leq (3x-4)^2 - \frac{x+1}{3}$ (odp.: $x \leq \frac{29}{170}$)

4.16 $[x(x+1) - (x-1)^2]^2 < (\sqrt{5x^2-1})(\sqrt{5x^2+1}) + 4(x+1)^2 - 2$ (odp.: $x > 0$)

4.17 $(\sqrt{2x}-\sqrt{3})(\sqrt{2x}+\sqrt{3}) - (\sqrt{2x}-\sqrt{3})^2 < 2(\sqrt{6x}-1) + x$ (odp.: $x > -4$)

4.18 $2 + 3\left[\frac{3x+2}{5} - 2\left(\frac{2x-2}{5} - 1\right)\right] \geq 8$ (odp.: $x \leq 6$)

4.19 $\left(\frac{3x-2}{2}\right)^2 - (x+1)^2 < \frac{5}{4}(x-1)(x+1) - \left(4\frac{1}{2}\right)^2$ (odp.: $x > 4,3$)

4.20 $\frac{2x-1}{3} + (x+2)(x-2) < x(x-1) - \frac{x+1}{2}$ (odp.: $x < 1\frac{10}{13}$)

4.21 $\frac{4}{3}x^2 - \frac{(2x-1)^2-3}{4} \leq x + \frac{(x+1)^2}{3}$ (odp.: $x \geq \frac{1}{4}$)

4.22 $3(x\sqrt{2}-1)(x\sqrt{2}+1) - 4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{3-x}{2} + 2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

4.23 $16\left(0,25x - \frac{3}{2}\right) - \frac{1-x}{3} \leq \frac{x(1-x)}{2} + \frac{3}{2}(x+2)(x-2)$ (odp.: $x \geq -4$)
 (odp.: $x \geq 3\frac{11}{16}$)

$$\begin{aligned} f) (0,5x+1)^2 + 3\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 2\right) &\geq 2x + (x-1)(x+2) \\ g) (2x-5)^2 - 2(x-6)^2 &> (x-4)(x+4) + x(x+10) - \sqrt{49} \\ h) 3(x-\sqrt{2})(\sqrt{2}+x) + 6(x-1)^2 &< -x - \frac{1}{2}(8-18x^2) \\ i) (x+\sqrt{8})(x-\sqrt{2}) - \sqrt{2}\left(x-\sqrt{\frac{49}{2}}\right) &\geq x^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \end{aligned}$$

203. Podaj największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność:

$$\begin{aligned} a) (x+1)^2 - (x+2)(x-2) - 3\left(2x - \frac{5}{6}\right) &\leq (x+5)^2 - x(x-3) \\ b) \frac{x+4}{2} - \frac{x+4}{3} + \frac{5}{6} &\geq x \\ c) x - \frac{2(x+1)}{3} &> 1+x \\ d) x - \frac{3(x-1)}{6} &> 3x+3 \\ e) (x-4)^2 - 3(1-x) &> (x-3)(3+x) + 2 \\ f) (3-x)(3+x) &< (3x-1)^2 - 10x(x+1) \\ g) -x - \frac{x-8}{5} &\geq 2(x+4) \\ h) \frac{5(x-3)+2(2x-1)}{3} + \frac{2-5x}{6} &\leq \frac{2(3x-2)-4(x-2)}{5} + \frac{3x-4}{2} \end{aligned}$$

204. Podaj najmniejszą liczbę całkowitą spełniającą nierówność:

$$\begin{aligned} a) \frac{(3x-4)(2x+3)}{3} - (x-2)(x+2) &< (x+3)^2 + 8 \\ b) \frac{3(3x+5)}{5} - 1 &\leq \frac{x+2}{3} - 3(3-x) \\ c) (x-4)(x+4) - \frac{2}{3} &> (x-2)^2 + \frac{x+4}{3} \\ d) 5x^2 - 1 - (x+3)^2 &< (2x-5)(2x+5) \\ e) \frac{3}{4}x - \frac{4x+1}{2} &\geq -2x - \frac{3}{8} \\ f) \frac{x}{2} &> \frac{x-1}{3} - 1 \\ g) \frac{3}{4}x - (x+4) &< \frac{2}{3}(x-2) - \frac{x-1}{6} \\ h) 5,5 - \frac{(2x-1)(2x+1)}{2} &\geq \frac{x-2}{2} - 2(x+2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i) (x-3)^2 &< 2(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3}) - \frac{1}{3}(-3x+18) - x^2 \\ j) \frac{3(2x-1)-4(3-x)}{4} + 6 &> \frac{5(x+1)-2(x-3)}{3} \end{aligned}$$

205. Podaj najmniejszą liczbę naturalną spełniającą nierówność:

$$\begin{aligned} a) \frac{x-3}{2} - \frac{x+2}{3} &< x - 4\frac{2}{3} \\ b) (x-4)^2 &> (x-3)(x+3) - 3x \\ c) (x-2)^2 + 1 &\geq \frac{x-8}{3} - (1-x)(1+x) \\ d) \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x &\leq x \\ e) \frac{3(x+1)^2}{2} - x^2 &< \frac{(x-2)(x+2)}{2} + x - 7,5 \end{aligned}$$

206. Podaj zbiór liczb naturalnych, które nie spełniają tej nierówności:

$$\begin{aligned} a) \left(\frac{4x-1}{3}\right)^2 - (x+2)^2 &< \frac{7}{9}(x+2)(x-2) - \left(3\frac{2}{3}\right)^2 \\ b) \left(\frac{3x-1}{2}\right)^2 - (x+2)^2 &\leq \frac{5}{4}(x-1)(x+1) - \left(\frac{9}{2}\right)^2 \\ c) 1 - (\sqrt{2}-x)(\sqrt{2}+x) + 3x^2 &< (2x+1)^2 - 6 \end{aligned}$$

207. Czy liczba $a = \frac{(-\frac{1}{2})^2 - 0,8 : \frac{4}{3}}{-\frac{1}{2}}$ spełnia nierówność: $\frac{2x-1}{2} \geq x - \frac{3x-4}{3}$?

208. Czy liczba $b = \left(\frac{2}{3}\sqrt{8} - \sqrt{2}\right)^2$ spełnia nierówność:

$$\frac{(2x-1)(x+3)}{2} - (x-1)^2 < 3?$$

210. Rozwiąż nierówność i przedstaw rozwiązanie na osi liczbowej:

$$\frac{(x+3)(x-3)}{2} - (x+2)^2 - 3x < (x-2)^2 - 1\frac{1}{2}x^2.$$

- e) $cx - b = 3ax$, g) $2mx + 3m = 4x + 9$,
 f) $a(2-x) = b(x+3)$, h) $mx - 2x + 1 = 4x - 2$.
- 5.64.** Rozwiąż równania, w których niewiadomą jest x :
 a) $17mx - 3am + 5bm - 8mx = 10mx - 5am + 7bm + mx$,
 b) $ax + bx = m + x$,
 c) $a(x-1) - b = x - a$, f) $\frac{x+a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{x-b}{a} + \frac{a}{b}$,
 d) $(x-a)(x-b) = x^2 - a^2$, g) $\frac{ax-b^2}{a} - \frac{a(b-x)}{b} + \frac{b^2}{a} = a$,
 e) $\frac{a-bx}{c} + x = \frac{cx-b}{c}$.
- 5.65.** Rozwiąż równanie z niewiadomą x . Przeprowadź dyskusję istnienia rozwiązań i ich liczby ze względu na wartości parametrów.
 a) $ax - a^2 = 2x - 4$, d) $a^2x - 2ab - b^2 = a^2 - b^2x$,
 b) $bx + ab^2 = abx + b^2c$, e) $m^2x + 3n^2 = 3m^2 - n^2x - 2mnx$,
 c) $mx - 5m + 5n = nx$, f) $a(x+b) = c$.
- 5.66.** Rozwiąż równanie z niewiadomą x . Przeprowadź dyskusję istnienia i liczby rozwiązań równania ze względu na wartości parametrów.
 a) $5(x-a) = 3(x+b)$, c) $x + \frac{x}{a} = b$,
 b) $2(3x-5a) + 9(2a-7b) + 3(5a-2x) = 0$, d) $x - a = \frac{x}{b}$.