

6.117. Oblicz długości przekątnych równoległoboku, którego boki mają długości 3 cm i 5 cm, a kąt ostry jest równy 30° .

6.118. W trójkącie ABC dane są: $|AB| = 2$, $|AC| = 4$ oraz sinus kąta BAC równy $\frac{\sqrt{15}}{4}$.

- a) Wykaż, że jeśli kąt BAC jest ostry, to trójkąt ABC jest równoramienny.
b) Oblicz długość boku BC w przypadku, gdy $\angle BAC \in (90^\circ, 180^\circ)$.

6.119. W trójkącie ABC mamy dane: $|AC| = 6$ cm, $|BC| = 4$ cm oraz $\sin \angle ACB = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.
Oblicz obwód trójkąta oraz promień okręgu opisanego na trójkącie ABC .

6.120. Długości boków trójkąta ABC są równe: $|AB| = \sqrt{14}$ cm, $|AC| = 3\sqrt{2}$ cm oraz $|BC| = \sqrt{2}$ cm. Wyznacz miarę kąta przy wierzchołku C .

6.121. Boki trójkąta ABC mają długość: $|BC| = 5$ cm, $|AB| = (2\sqrt{2} - 1)$ cm oraz $|AC| = (2\sqrt{2} + 1)$ cm. Oblicz miarę kąta przy wierzchołku A .

6.122. W trójkącie ABC mamy dane: $|AB| = 10$ cm, $|BC| = 7$ cm i $|AC| = 6$ cm. Oblicz długość środkowej CE .

6.123. W trójkącie ABC bok AB jest o 4 cm dłuższy od boku AC oraz $|BC| = 6$ cm. Wiedząc, że $\angle ACB = 120^\circ$, oblicz obwód trójkąta ABC .

6.124. W trójkącie ABC bok AC jest o 6 cm dłuższy od boku AB , a $|BC| = 5\sqrt{2}$ cm. Wiedząc, że $\angle ABC = 135^\circ$, oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie ABC .

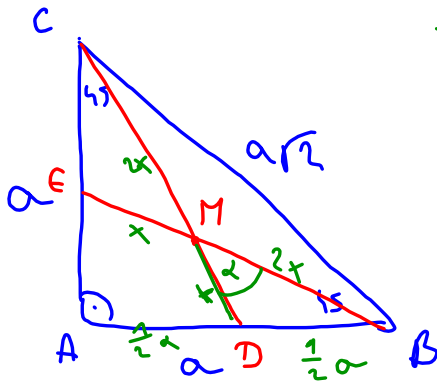
6.125. W trójkącie ABC mamy dane: $|AC| = 4$, $|BC| = |AB| - 2$ oraz $\angle ACB = 60^\circ$. Oblicz sinusy kątów CAB i ABC .

6.126. W trójkącie prostokątnym równoramiennym ABC , $|AC| = |AB|$, poprowadzono środkowe CD i BE , które przecięły się w punkcie M . Wykaż, że $\cos(\angle DMB) = \frac{4}{5}$.

6.127. W trójkącie boki mają długość a , b , c , natomiast miary kątów są odpowiednio równe α , β , γ . Wykaż, że jeśli $a \cdot \cos \beta = b \cdot \cos \alpha$, to trójkąt ten jest równoramienny.

6.128. Na boku BC trójkąta równobocznego ABC wybrano punkt M taki, że $|BM| = \frac{1}{3}|MC|$. Wykaż, że sinus kąta CAM jest równy $\frac{3\sqrt{39}}{26}$.

6.126. W trójkącie prostokątnym równoramiennym ABC , $|AC| = |AB|$, poprowadzono środkowe CD i BE , które przecięły się w punkcie M . Wykaż, że $\cos(\angle DMB) = \frac{4}{5}$.



$$\text{I: } \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

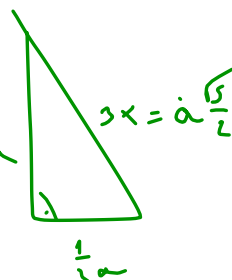
$$\left(\frac{1}{5}a\right)^2 = x^2 + (2x)^2 - 2x \cdot 2x \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{1}{5}a^2 = 5x^2 - 4x^2 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\frac{1}{5}a^2}{-4x^2} - \frac{5x^2}{-4x^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{4} - \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{a}{x}\right)^2$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{4} - \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{a}{\frac{a}{5}}\right)^2 = \frac{5}{4} - \frac{1}{16} \cdot \frac{a^2}{\frac{a^2}{25}} = \frac{5}{4} - \frac{25}{16} = \frac{16-25}{16} = -\frac{9}{16}$$



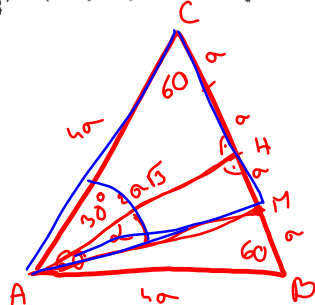
$$a = \frac{5}{15} x$$

$$\frac{a}{x} = \frac{6}{15}$$

Środkowe w dowolnym trójkącie:

- łączą wierzchołek z środkiem przeciwległego boku,
- dzielą się w stosunku 2:1,
- dzielą trójkąt na 6 trójkątów o jednakowych polach,

6.128 Na boku BC trójkąta równobocznego ABC wybrano punkt M taki, że $|BM| = \frac{1}{3}|MC|$. Wykaż, że sinus kąta CAM jest równy $\frac{3\sqrt{39}}{26}$.

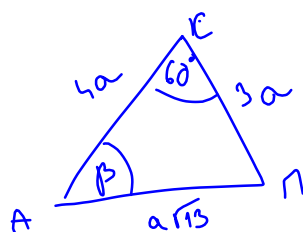


$$AM = \sqrt{(2a/3)^2 + a^2} =$$

$$AM = a\sqrt{13}$$

$$\tan 2 = \frac{a}{2/3 a} = \frac{1}{2/3} = \frac{3}{2}$$

$$\tan(16^\circ) \approx \frac{3}{2}$$



TU $\sin \Rightarrow$

$$\frac{a\sqrt{13}}{\sin 60^\circ} = \dots$$

$$\frac{a\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2a\sqrt{13}}{\sqrt{3}} = \frac{3a}{\sin p}$$

$$\frac{a}{\sin 2} = \frac{b}{\sin p} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\sin p = \frac{3\sqrt{3}a}{2a\sqrt{13}} = \dots$$

$$\frac{3\sqrt{39}}{2\sqrt{10}}$$