

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\cos 1950^\circ$ jest równa

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Jacek wykonał rzut trzema sześciennymi kostkami do gry i otrzymał sumę oczek mniejszą niż 5. Prawdopodobieństwo, że Jacek wyrzuci przynajmniej jedną dwójkę jest równe

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{16}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Granica jednostronna $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 3x - 7}{x - 3}$

- A) jest liczbą rzeczywistą B) jest równa $+\infty$ C) nie istnieje D) jest równa $-\infty$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Po przekształceniu wyrażenia algebraicznego $(x + y\sqrt{2})^6$ do postaci

$$ax^6 + bx^5y + cx^4y^2 + dx^3y^3 + ex^2y^4 + fxy^5 + gy^6$$

współczynnik b jest równy

- A) $6\sqrt{2}$ B) 6 C) $3\sqrt{2}$ D) 12

$$\left. \begin{array}{l} 112 \times 3 \\ 111 \times 1 \end{array} \right\} \bar{0} = 4$$

$$\left(\frac{3}{4} \right)$$

$$\binom{6}{2} = 15$$

ZADANIE 5 (2 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^6 + 4x - 3$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu funkcji f , która jest równoległa do prostej $y = -2x + 3$.

$$y = -2(x - x_0) + f(x_0)$$

$$f'(x) = 6x^5 + 4$$

$$f'(x_0) = 6x_0^5 + 4 = -2$$

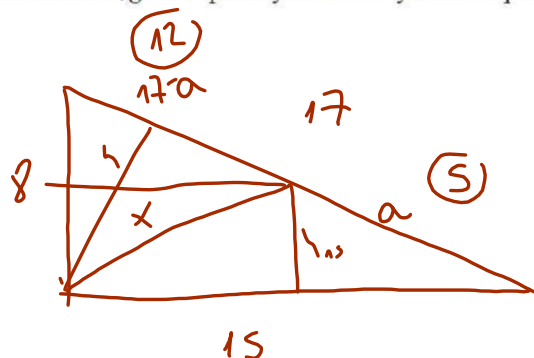
$$x_0^5 = -1$$

$$\underline{x_0 = -1}$$

$$y = -2(x + 1) - 5 \quad \boxed{-2x - 7}$$

ZADANIE 6 (3 PKT)

Przez wierzchołek kąta prostego trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych 8 i 15 poprowadzono prostą, która dzieli ten trójkąt na dwa trójkąty o równych obwodach. Znajdź stosunek promieni okręgów wpisanych w otrzymane z podziału trójkąty.



$$x + 8 + 17 + a = x + 15 + a$$

$$2a = 10$$

$$a = 5$$

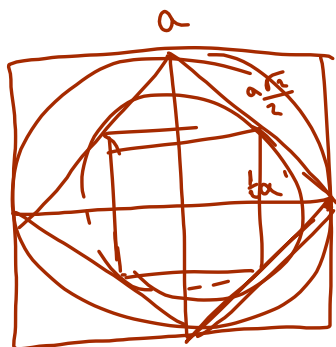
$$P_1 = r_1 \cdot p$$

$$P_2 = r_2 \cdot p$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{12 \cdot 12 \cdot h}{12 \cdot 5 \cdot h} = \frac{12}{5}$$

ZADANIE 7 (3 PKT)

W kwadrat o boku a wpisujemy okrąg. W ten okrąg wpisujemy kwadrat, w który wpisujemy okrąg itd. W ten sposób powstanie nieskończony ciąg kwadratów. Oblicz sumę obwodów wszystkich tych kwadratów.



$$O_1 = 4a$$

$$O_2 = 2a\sqrt{2}$$

$$4a(2 + \sqrt{2})$$

$$\frac{8a}{2 - \sqrt{2}}$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$S = \frac{4a}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

Liczby dodatnie a i b spełniają równość $a^2 + 4a = 9b^2 + 12b$. Wykaż, że $a = 3b$.

$$(a+z)^2 = (3b+2)^2$$

$$a+z = 3b+2 \quad \vee \quad a+z = -(3b+2)$$

$$c-d$$

$$(a-3b)(a+3b) + 4(a-3b) = 0$$

$$(a-3b)(a+3b+4) = 0$$

$\downarrow$
 $\boxed{a = 3b}$
 $\downarrow$
 $\boxed{a = -3b - 1}$ sp $b_1, a_1 \in \mathbb{R}_+$
 $\downarrow$
 FV

Rozwiąż równanie $(\sin x) \cdot [\cos(x - \frac{\pi}{3}) + \cos(x + \frac{\pi}{3})] = \frac{1}{2} \cos x$.

~~$$\sin x \neq \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \cos x = 0$$~~

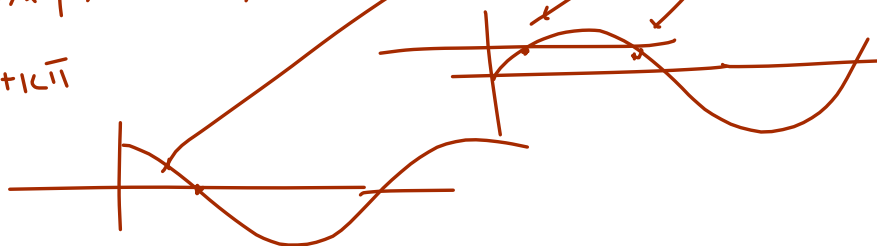
$$\cos x \left(\sin x - \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\frac{\pi}{2} + 12\pi$$

$$x_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$x_2 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x_3 = \frac{\sqrt{11}}{6} + 2\sqrt{-11}$$



ZADANIE 10 (4 pkt)

Z urny zawierającej 7 kul białych i 3 kule czarne wylosowano bez zwracania 4 kule. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że stosunek liczby kul czarnych do liczby kul białych w urnie uległ zwiększeniu?

$$\frac{c}{b} > \frac{3}{7}$$

$$n = 6, 4, 2, 10$$

$$\bar{n} = \binom{10}{4}$$

$$A_4 = 4B : 0C$$

$$\frac{3}{3} > \frac{3}{7}$$

$$A_4 = \binom{7}{4} \binom{3}{0} \Rightarrow$$

$$A_3 = 3B : 1C$$

$$\frac{2}{4} > \frac{3}{7}$$

$$A_3 = \binom{7}{3} \binom{3}{1}$$

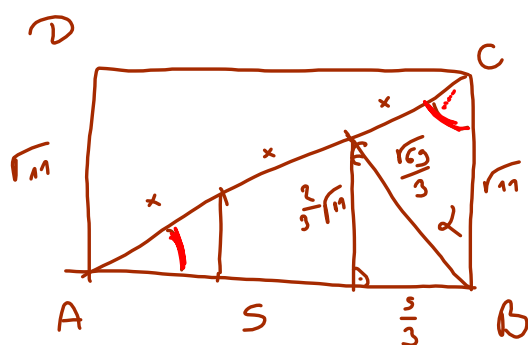
$$A_2 = \cancel{2B : 2C}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{3}{7}$$

$$P(A) = \frac{35 + 105}{210} = \frac{140}{210} = \frac{2}{3}$$

ZADANIE 11 (4 pkt)

W prostokącie $ABCD$, w którym $|AB| = 5$, $|AD| = \sqrt{11}$, na przekątnej AC wybrano taki punkt E , że $|AE| : |EC| = 4 : 2$. Oblicz sinus kąta EBC .



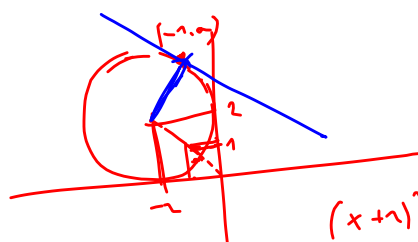
$$\sin \alpha = ?$$

$$\cos \alpha' = \sin \alpha = \frac{\frac{2}{3}\sqrt{11}}{\frac{5}{3}} = \frac{2\sqrt{11}}{5}$$

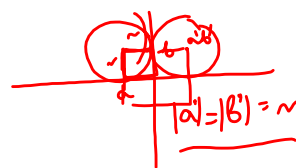
$$4 \cdot 11 + 25 =$$

ZADANIE 12 (5 PKT)

Okrag jest styczny do osi układu współrzędnych w punktach $A = (0, 2)$ i $B = (-2, 0)$ oraz jest styczny do prostej l w punkcie $C = (-1, a)$, gdzie $a > 1$. Wyznacz równanie prostej l .



$$r=2$$



$$(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$$

$$1 + (a-2)^2 = 4$$

$$(a-2)^2 = 3$$

$$a = 2 + \sqrt{3} \text{ i } 0$$

$$a-2 = \sqrt{3} \text{ i } a-2 = -\sqrt{3} \quad a < 1$$

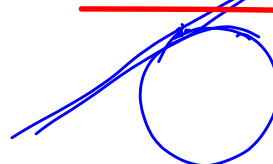
$$(x+2)(x+2) + (y-2)(y-2) = 4$$

$$(-1+2)(x+2) + (2+\sqrt{3}-2)(y-2) = 4$$

$$x+2+\sqrt{3}(y-2) = k$$

$$x+\sqrt{3}y-2-2\sqrt{3} = 0$$

$$A(x_0, y_0) \in o(S, r)$$



ZADANIE 12 (5 PKT)

Okrag jest styczny do osi układu współrzędnych w punktach $A = (0, 2)$ i $B = (-2, 0)$ oraz jest styczny do prostej l w punkcie $C = (-1, a)$, gdzie $a > 1$. Wyznacz równanie prostej l .