

## ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba  $(\sqrt{3} - 2\sqrt{5})^2$  jest równa

A) 11

B) 7

C)  $23 - 4\sqrt{15}$ D)  $23 - 2\sqrt{15}$ 

## ZADANIE 2 (1 PKT)

Do przedziału  $(\frac{37}{41}, \frac{38}{41})$  należy liczbaA)  $\frac{75}{82}$ B)  $\frac{74}{82}$ C)  $\frac{76}{82}$ D)  $\frac{73}{82}$ 

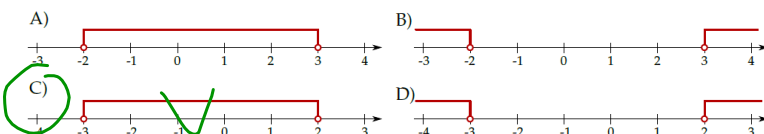
## ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba  $\log_{0,5} \sqrt[3]{16}$  jest równaA)  $\frac{1}{3}$ B)  $-\frac{4}{3}$ 

C) -0,75

D) 1,5

## ZADANIE 4 (1 PKT)

Zbiorem rozwiązań nierówności  $3(x+3)(2-x) > 0$  jest zbiór zaznaczony na osi liczbowej:

## ZADANIE 5 (1 PKT)

Wyrażenie  $4y^2 - (x-y)^2$  jest równe wyrażeniu:A)  $(x+y)(x+3y)$ B)  $(3y-x)(x+y)$ C)  $(x-3y)(y-x)$ D)  $(y-x)(x+3y)$ 

## ZADANIE 6 (1 PKT)

W wyniku dwóch obniżek cenę komputera obniżono o 40%. Druga z tych obniżek była obniżką o 25%. O ile procent obniżono cenę komputera przy pierwszej obniżce?

A) o 15%

B) o 65%

C) o 20%

D) o 30%

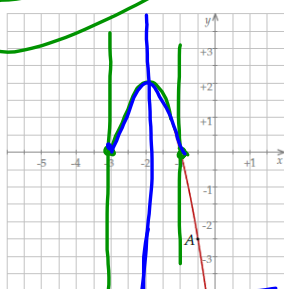
$x$  - cena początkowa  
 $p$  - obniżka przy pierwszej obniżce  
 $25\%$  - obniżka przy drugiej obniżce

$k_0 = x$   
 $k_1 = x - p\%x = x(1 - p\%)$   
 $k_2 = k_1 - 25\%k_1 = 0,75k_1 = 0,75x(1 - p\%)$

$0,6x$   
 $||$

$$\begin{aligned}
 0,75 \times (1 - p\%) &= 0,6x & / : x > 0 \\
 25(1 - p\%) &= 20 & | : 25 & \cdot 100 \\
 1 - p\% &= \frac{4}{5} & : 3 \\
 p\% &= \frac{1}{5} = 20\%
 \end{aligned}$$

Funkcja kwadratowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = a(x+3)(x+1)$ . Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem tej funkcji. Jednym z punktów tej paraboli jest punkt  $A = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ .



$$x = -2$$

ZADANIE 7 (1 pkt)

Współczynnik  $a$  we wzorze funkcji  $f$  jest równy

A) 1

B) 2

C) -2

D) -1

$$\begin{aligned}
 & \text{Diagram of a parabola opening upwards with vertex at } (p, 0). \\
 & x = p \\
 & p = -\frac{b}{2a} = \frac{x_1 + x_2}{2}
 \end{aligned}$$

## ZADANIE 8 (1 PKT)

Najmniejsza wartość funkcji  $f$  w przedziale  $(-3, -1)$  jest równa

- A)  $-3$       B)  $0$       C)  $-\frac{1}{2}$       D)  $-\frac{5}{2}$

## ZADANIE 9 (1 PKT)

Ośią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji  $f$  jest prosta o równaniu

- A)  $x = -2$       B)  $x = -\frac{3}{2}$       C)  $y = 1$       D)  $y = \frac{3}{2}$

## ZADANIE 10 (1 PKT)

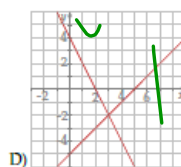
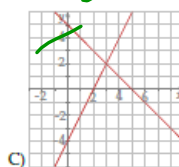
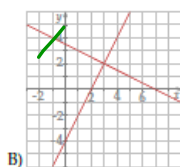
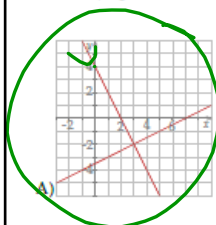
Funkcje liniowe  $f$  i  $g$  określone wzorami  $f(x) = -4x - 12$  i  $g(x) = -2x + k - 3$  mają wspólne miejsce zerowe. Stąd wynika, że

- A)  $k = -6$       B)  $k = -3$       C)  $k = 3$       D)  $k = 6$

$$\begin{aligned} 6 + k - 3 &= 0 \\ k &= -3 \end{aligned}$$

## ZADANIE 11 (1 PKT)

Ilustracja graficzna układu równań  $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 2y - x = -7 \end{cases}$  jest przedstawiona na rysunku:



## ZADANIE 12 (1 PKT)

Funkcja  $f$  przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej większej od 1 jej największy dzielnik będący iloczynem dwóch różnych liczb pierwszych. Spośród liczb:  $f(84)$ ,  $f(88)$ ,  $f(90)$ ,  $f(96)$  największa to

- A)  $f(84)$       B)  $f(88)$       C)  $f(90)$       D)  $f(96)$

## ZADANIE 13 (1 PKT)

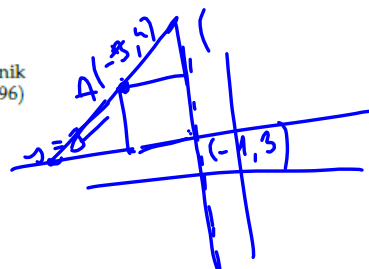
Proste o równaniach  $y = (m + 1)x$  oraz  $y = -\frac{3}{4}x + 7$  są równoległe. Wtedy

- A)  $m = \frac{1}{3}$       B)  $m = -\frac{2}{3}$       C)  $m = \frac{11}{4}$       D)  $m = -\frac{7}{4}$

## ZADANIE 14 (1 PKT)

Przez punkt  $A = (-3, 4)$  poprowadzono prostą  $k$ , która przecina proste  $x = -1$  i  $y = 3$  w takich punktach  $B$  i  $C$ , że  $|AB| = |AC|$ . Długość odcinka  $BC$  jest równa

- A)  $\sqrt{10}$       B)  $2\sqrt{5}$       C)  $4\sqrt{2}$       D)  $2\sqrt{2}$



$$y = a(x+3) + 4$$

## ZADANIE 12 (1 PKT)

Funkcja  $f$  przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej większej od 1 jej największy dzielnik będący iloczynem dwóch różnych liczb pierwszych. Spośród liczb:  $f(84)$ ,  $f(88)$ ,  $f(90)$ ,  $f(96)$  największa to

A)  $f(84)$ B)  $f(88)$ C)  $f(90)$ D)  $f(96)$ 

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ \hline 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

21

$$\begin{array}{r|l} 88 & 2 \\ \hline 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

22

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ \hline 45 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

15

## ZADANIE 13 (1 PKT)

Proste o równaniach  $y = (m+1)x$  oraz  $y = -\frac{3}{4}x + 7$  są równoległe. Wtedy

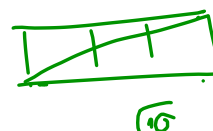
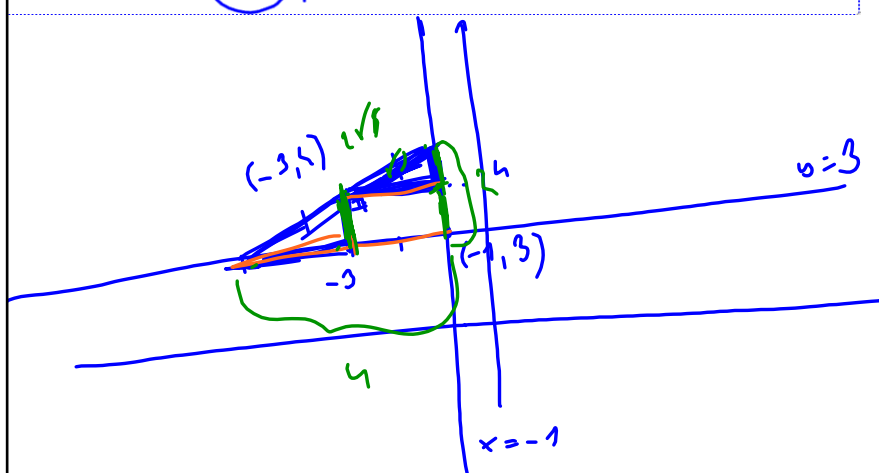
A)  $m = \frac{1}{3}$ B)  $m = -\frac{2}{3}$ C)  $m = \frac{11}{4}$ D)  $m = -\frac{7}{4}$ 

$$m+1 = -\frac{3}{4}$$

$$m = -\frac{7}{4}$$

## ZADANIE 14 (1 pkt)

Przez punkt  $A = (-3, 4)$  poprowadzono prostą  $k$ , która przecina proste  $x = -1$  i  $y = 3$  w takich punktach  $B$  i  $C$ , że  $|AB| = |AC|$ . Długość odcinka  $BC$  jest równa

A)  $\sqrt{10}$ B)  $2\sqrt{5}$ C)  $4\sqrt{2}$ D)  $2\sqrt{2}$ 

## ZADANIE 15 (1 pkt)

Siedem liczb tworzy ciąg geometryczny. Iloczyn tych liczb jest równy 2187. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy

A) 243

B) 9

C) 3

D) 27

$$a \cdot aq \cdot aq^2 \cdot aq^3 \cdot aq^4 \cdot aq^5 \cdot aq^6 = a^7 \cdot q^{1+2+3+4+5+6} =$$

$$a^7 \cdot q^{21} = (a \cdot q^3)^7 = (a_4)^7 = 2187 = 3^7 \cdot 81$$

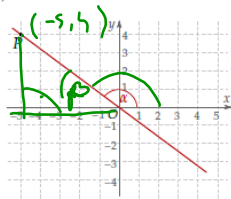
$$a_1 = 3$$

$$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 2 & 9 \\ 3 & 27 \\ 4 & 81 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 2187 = 3^7 \\ 2187 : 3 = 729 \\ 729 : 3 = 243 \\ 243 : 3 = 81 \\ 81 : 3 = 27 \end{array}$$

## ZADANIE 16 (1 pkt)

Punkty  $P = (-5, 4)$  i  $O = (0, 0)$  leżą na jednej prostej. Kąt  $\alpha$  jest kątem nachylenia tej prostej do osi  $Ox$  (zobacz rysunek).



Wtedy tangens kąta  $\alpha$  jest równy

A)  $\frac{4}{5}$ B)  $\frac{5}{4}$ C)  $-\frac{5}{4}$ D)  $-\frac{4}{5}$ 

$$\tan \alpha = 0$$

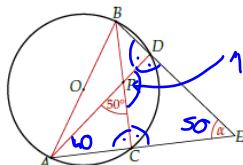
$$\angle = 180 - \beta$$

$$\tan \beta = \frac{4}{5}$$

$$\tan \alpha = \tan(180 - \beta) = -\tan \beta = -\frac{4}{5}$$

## ZADANIE 17 (1 pkt)

Cięciwy  $AD$  i  $BC$  okręgu o środku  $O$  przecinają się w punkcie  $P$  tak, że  $|\angle APC| = 50^\circ$  (zobacz rysunek).



Jeżeli punkt  $E$  jest punktem wspólnym prostych  $AC$  i  $BD$ , to miara kąta  $AEB$  jest równa

A)  $40^\circ$ B)  $50^\circ$ C)  $60^\circ$ D)  $70^\circ$ 

## ZADANIE 18 (1 pkt)

Wartość wyrażenia  $\frac{\cos 107^\circ \cos 73^\circ}{\sin 73^\circ \sin 107^\circ}$  wynosi

A) 1

B) -1

C)  $1 - \frac{1}{\sin^2 73^\circ}$ D)  $\frac{1}{\sin^2 73^\circ}$ 

$$\cos(180 - 73) = -\cos 73^\circ$$

$$\frac{\cos 107^\circ \cos 73^\circ}{\sin 73^\circ \sin 107^\circ} \text{ wynosi}$$

$$\frac{\cos 107^\circ}{\sin 107^\circ} = \cot 107^\circ = -\tan 17^\circ$$

$$\cos 107^\circ = \cos(90^\circ + 17^\circ)$$

$$= -\sin 17^\circ$$

$$\cos 73^\circ = \cos(90^\circ - 17^\circ)$$

$$= \sin 17^\circ$$

$$\sin 73^\circ = \cos 17^\circ$$

$$\sin 107^\circ = \sin 17^\circ$$

$$\frac{-\sin 17^\circ}{\cos 17^\circ \sin 17^\circ} = -\tan 17^\circ = -\cot 73^\circ = -\frac{1}{\tan 73^\circ}$$

## ZADANIE 19 (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym  $(a_n)$ , określonym dla  $n \geq 1$ , spełniony jest warunek  $3a_3 = a_2 + 2a_1 + 4$ . Różnica  $r$  tego ciągu jest równa

A) 4

B)  $\frac{4}{3}$ 

C) 2

D)  $\frac{4}{5}$ 

$$a_3 = a_1 + 2r$$

$$a_2 = a_1 + r$$

$$3(a_1 + 2r) = a_1 + r + 2a_1 + 4$$

$$6r = r + 4$$

$$5r = 4$$

$$r = \frac{4}{5}$$

## ZADANIE 20 (1 pkt)

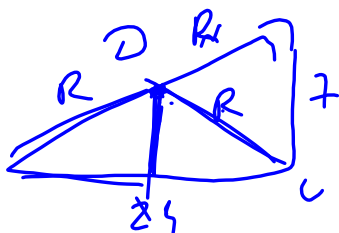
W trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych długości 7 i 24 połączono wierzchołek C kąta prostego ze środkiem  $D$  przeciwprostokątnej. Długość odcinka  $CD$  jest równa

A) 25

B) 12

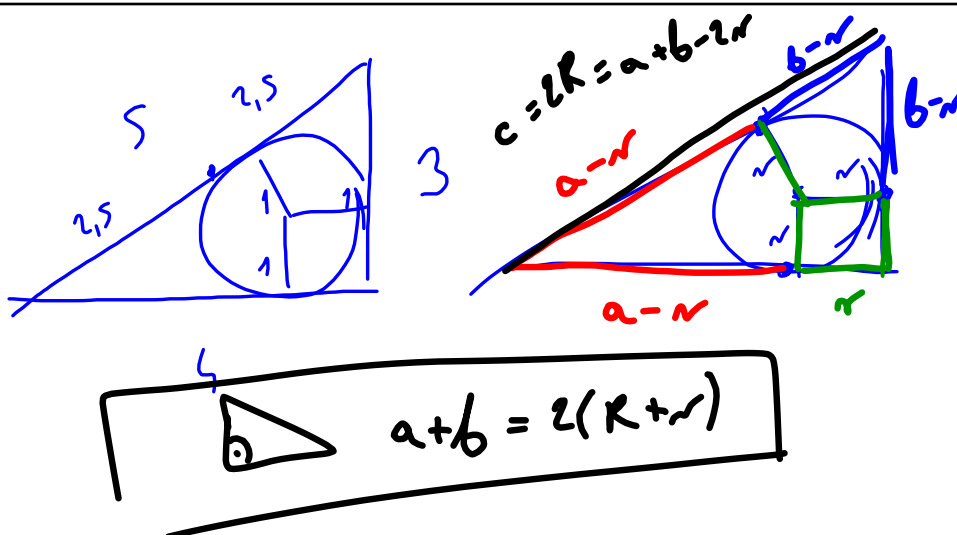
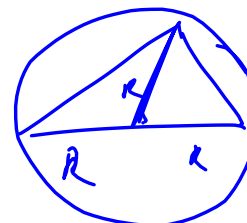
C) 15

D) 12,5



$$(2R)^2 = 7^2 + 24^2 = 625$$

$$2R = 25$$



## ZADANIE 21 (1 pkt)

Ile jest wszystkich trzycyfrowych liczb naturalnych utworzonych z cyfr: 1, 3, 5, 7, 9, w których cyfry się nie powtarzają?

A) 60

B) 125

C) 120

D) 95

$$\begin{array}{ccc} \_ & \_ & \_ \\ 9 & \cdot 10 & \cdot 10 \end{array} \quad \begin{array}{l} \cancel{20,100} \quad 999 \\ 999 - 99 = 900 \end{array}$$

## ZADANIE 21 (1 pkt)

Ile jest wszystkich trzycyfrowych liczb naturalnych utworzonych z cyfr: 1, 3, 5, 7, 9, w których cyfry się nie powtarzają?

A) 60

B) 125

C) 120

D) 95

$$\bar{A} = \bar{5} \cdot \bar{4} \cdot \bar{3} = 60$$

A -  $\bar{5} \cdot \bar{4} \cdot \bar{3}$ 

Ls 525 pkt

$$k+ \begin{array}{r} 13579 \\ 31579 \end{array}$$

od 60

$$\{1, 5, 4, 9, 15, 20\}$$

$$\{5, 1, 9, 7, 15, 20\}$$

K-P-

$$\binom{49}{6} \approx \underline{14 \text{ mln}}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ -12 \\ \hline 0 \\ + \\ 21 \\ -21 \\ \hline 0 \end{array}$$

## ZADANIE 22 (1 PKT)

W prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie parę prostych prostopadłych opisują równania

A)  $y = 1 + \sqrt{2}x$  i  $y = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}x$

C)  $y = \sqrt{2} + x$  i  $y = -\frac{1}{\sqrt{2}} + x$

B)  $y = \sqrt{2} + x$  i  $y = \frac{1}{\sqrt{2}} + x$

☒ D)  $y = 1 + \sqrt{2}x$  i  $y = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x$

$$y = ax + b$$

$$a_k \cdot a_n = -1$$

$$\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1$$

## ZADANIE 23 (1 pkt)

Prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  jest 5 razy mniejsze niż prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego do  $A$ . Wobec tego prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  jest równe

A)  $\frac{1}{6}$

B)  $\frac{1}{5}$

C)  $\frac{4}{5}$

D)  $\frac{2}{3}$

$$P(A) = x$$

## ZADANIE 24 (1 pkt)

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = \frac{1}{-2^n} \cdot (2-n)^{n-1}$ . Zatem

A)  $a_4 = 128$

B)  $a_4 = 0,5$

C)  $a_4 = -0,5$

D)  $a_4 = -128$

TAB

$$P(A) = x$$

$$P(A') = 5x$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$5x = 1 - x$$

$$6x = 1$$

$$x = \frac{1}{6}$$

## ZADANIE 24 (1 pkt)

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = \frac{1}{-2^n} \cdot (2-n)^{n-1}$ . Zatem

A)  $a_4 = 128$

B)  $a_4 = 0,5$

C)  $a_4 = -0,5$

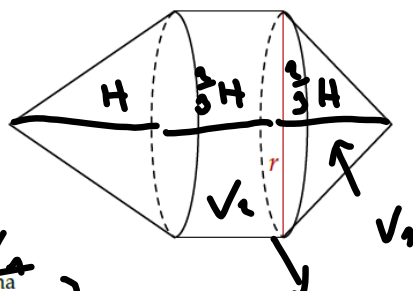
D)  $a_4 = -128$

$$a_4 = \frac{1}{-2^4} \cdot (2-4)^{4-1} = \frac{1}{-16} \cdot (-2)^3 = + \frac{1}{2}$$

$$-2^4 = -(2^4) = -16$$

## ZADANIE 25 (1 PKT)

Dwa stożki o takich samych podstawach połączone podstawami z podstawami walca w taki sposób jak na rysunku. Wysokość mniejszego z tych stożków jest taka sama jak wysokość walca i stanowi  $\frac{2}{3}$  wysokości większego ze stożków. Objętość całej bryły jest równa  $77 \text{ cm}^3$ .



$$V_c = \pi r^2 \cdot H$$

$$V_s = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot H_s$$

Objętość walca jest równa

A)  $21 \text{ cm}^3$

B)  $42 \text{ cm}^3$

C)  $56 \text{ cm}^3$

D)  $35 \text{ cm}^3$

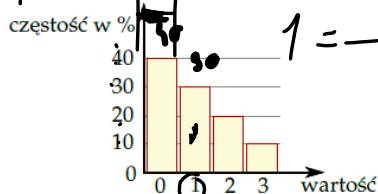
$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} H \cdot \pi r^2 + \frac{1}{3} H \cdot \pi r^2 + \frac{1}{3} H \pi r^2 = \frac{11}{9} H \pi r^2$$

$$H \pi r^2 = 7 \cdot 9 = 63 \quad \frac{2}{3} 63 = 42 \quad \textcircled{B}$$

## ZADANIE 26 (1 PKT)

Średnia arytmetyczna danych przedstawionych na diagramie częstości jest równa

$$40\% \cdot 0 + 30\% \cdot 1$$



$$1 = \frac{0,4 \cdot 0 + 0,3 \cdot 1 + 0,2 \cdot 2 + 0,1 \cdot 3}{100\%}$$

A) 1

B) 1,2

C) 1,5

D) 1,8

## ZADANIE 27 (1 PKT)

Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 9. Suma długości wszystkich krawędzi tego sześcianu jest równa

A)  $12\sqrt{6}$

B)  $8\sqrt{6}$

C)  $6\sqrt{6}$

D)  $3\sqrt{6}$

$$a^2 \cdot 6 = 9$$

$$a = \sqrt{\frac{9}{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

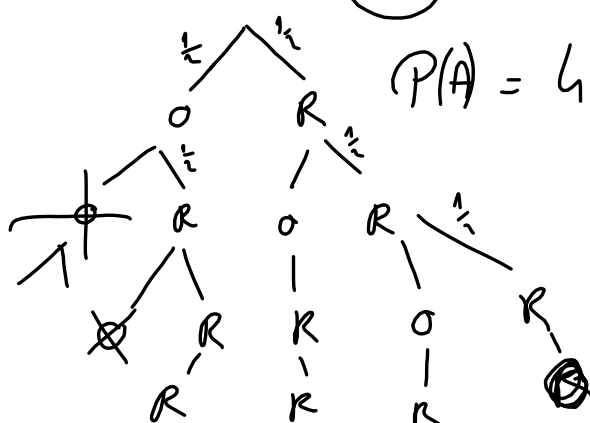
## ZADANIE 28 (1 pkt)

Prawdopodobieństwo, że w czterokrotnym rzucie symetryczną monetą otrzymamy trzy reszki i jednego orła, jest równe

A)  $\frac{3}{4}$ 

B) 0,375

C) 0,25

D)  $\frac{2}{3}$ 

$$P(A) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{4}$$

$$A = 3 \times R; 1 \times O$$

## ZADANIE 29 (2 pkt)

Liczba  $a$  jest dodatnim pierwiastkiem równania  $x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 = 0$ . Oblicz wartość wyrażenia

$$\frac{a^2 - 4a + 1}{a^2 - 2\sqrt{2}a + 1}$$

$$\Delta = 8 + 8 = 16$$

$$\sqrt{\Delta} = 4$$

$$x_1 = \frac{2\sqrt{2} - 4}{2} = \sqrt{2} - 2$$

$$x_2 = \sqrt{2} + 2 = a$$

$$a = \sqrt{2} + 2$$

$$\frac{a(a-4)+1}{a(a-2\sqrt{2})+1} =$$

$$= \frac{(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2)+1}{(\sqrt{2}+2)(-\sqrt{2}+2)+1} = \frac{(2+2\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$$

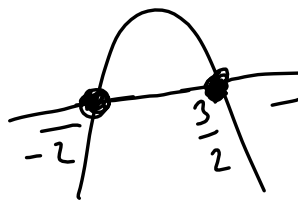
$$= \frac{2-4+1}{4-2+1} = \frac{-1}{3}$$

## ZADANIE 30 (2 pkt)

Rozwiąż nierówność:  $-2x^2 - x + 6 \leq 0$ .

$$\Delta = 19$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = \frac{3}{2}$$



$$x \in (-\infty, -2) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$$

## ZADANIE 31 (2 pkt)

Wykaż, że dla dowolnego kąta  $\alpha$ ,

$$\cos^4 5\alpha + \sin^2 5\alpha + \cos^2 5\alpha \cdot \sin^2 5\alpha = \cos^4 9\alpha + \sin^2 9\alpha + \cos^2 9\alpha \cdot \sin^2 9\alpha$$

$$L = \cos^2 5\alpha (\cos^2 5\alpha + \sin^2 5\alpha) + \sin^2 5\alpha =$$

$$\sin^2 5\alpha + \cos^2 5\alpha \stackrel{1}{=} 1$$

$$P = \cos^2 9\alpha (\underbrace{\cos^2 \alpha + \sin^2 9\alpha}_1) + \sin^2 9\alpha \stackrel{1}{=} 1 \quad \underline{L = P}$$

