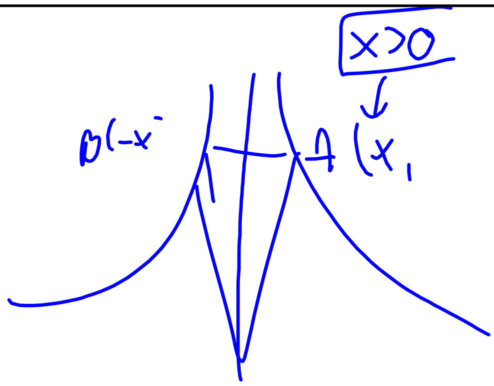
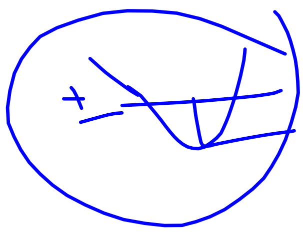
Zadanie 189 Przedłużenia przeciwległych boków czworokąta wpisanego w okrąg tworzą kąty ostre o miarach $20°$ i $40°$. Oblicz miary kątów czworokąta. *ZIPlanimetriaCiekawe 189*

Zadanie 190 Wykaż, że jeżeli kąty wewnętrzne trójkąta spełniają warunek $sin\alpha = 2cos\gamma sin\beta$ to trójkąt ten jest równoramienny. *ZIPlanimetriaCiekawe 190*

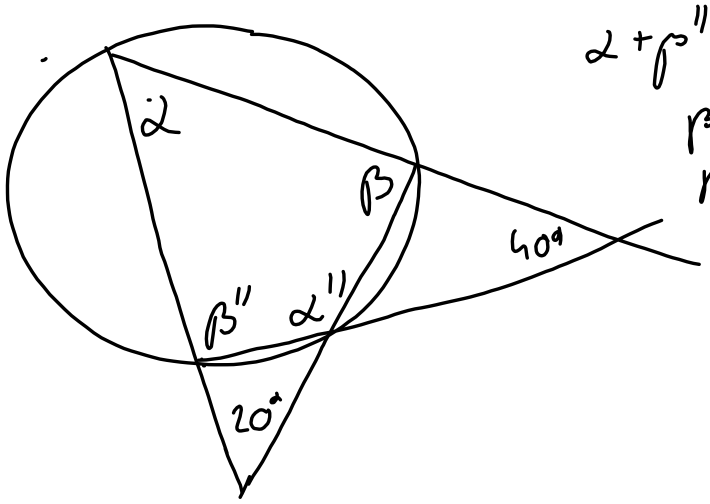
Zadanie 191 W trójkącie ostrokątnym ABC bok AB ma długość c, długość boku BC jest równa a oraz $|\sphericalangle(ABC)| = \beta$. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC trójkąta w punkcie E. Wykaż, że długość odcinka BE jest równa $\dfrac{2ac \cdot cos\frac{\beta}{2}}{a+c}$. *ZIPlanimetriaCiekawe 191*



$$P = x \cdot \left(\frac{2}{x^2} + \frac{1}{2}\right)$$



Zadanie 189 Przedłużenia przeciwległych boków czworokąta wpisanego w okrąg tworzą kąty ostre o miarach 20° i 40°. Oblicz miary kątów czworokąta. *ZIPlanimetriaCiekawe 189*



$\alpha + \beta'' + 40^\circ = 180$

$\beta - \alpha = 40$

$\beta + \alpha = 160$

$2\beta = 200$

$\beta = 100$

$\alpha = 60$

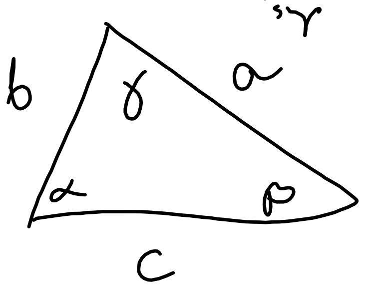
Zadanie 190 Wykaż, że jeżeli kąty wewnętrzne trójkąta spełniają warunek $sin\alpha = 2cos\gamma sin\beta$ to trójkąt ten jest równoramienny. *ZIPlanimetriaCiekawe 190*

$Z: \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = 2\cos\gamma$

$\sin\alpha \sin\beta \neq 0$

$(ab > 0)$

$T:$ △



$D: \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$

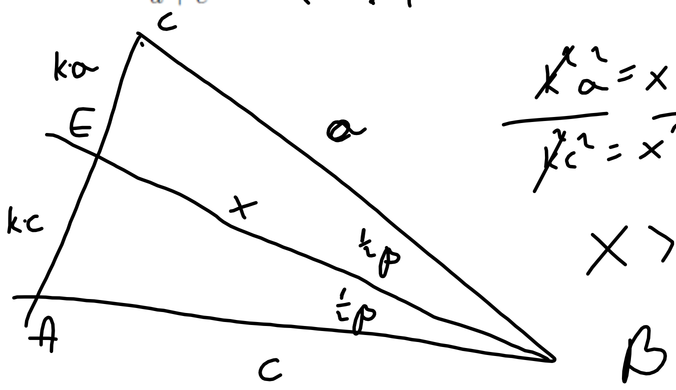
$\frac{a}{b} = 2\cos\gamma$

$c^2 = a^2 + b^2 - ab \cdot \frac{a}{b} = b^2 \Rightarrow c = b$

$(b\ c > 0)$

TEZA

Zadanie 191 W trójkącie ostrokątnym ABC bok AB ma długość c, długość boku BC jest równa a oraz $|\sphericalangle(ABC)| = \beta$. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC trójkąta w punkcie E. Wykaż, że długość odcinka BE jest równa $\frac{2ac \cdot cos\frac{\beta}{2}}{a+c}$. $= x$:T *ZIPlanimetriaCiekawe 191*



$$\frac{\cancel{k}^2 a^2 = x^2 + a^2 - 2xa\cos\frac{\beta}{2}}{\cancel{k}^2 c^2 = x^2 + c^2 - 2xc\cos\frac{\beta}{2}}$$

$x > 0$

$$x^{\cancel{2}}c^2 + \cancel{a^2c^2} - 2\cancel{x}a\cos\frac{\beta}{2}\cdot c^2 = x^{\cancel{2}}a^2 + \cancel{a^2c^2} - 2\cancel{x}ca^2\cos\frac{\beta}{2}$$

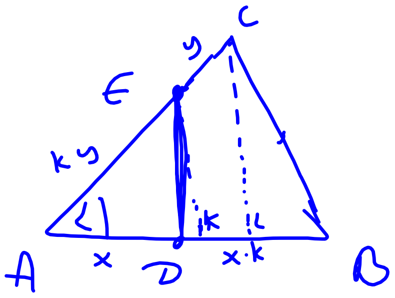
$$x = \frac{2(c^2a - a^2c)\cos\frac{\beta}{2}}{(a-c)(a+c)} = \frac{2ac\cos\frac{\beta}{2}}{a+c}$$

Zadanie 198 Na trójkącie ABC, w którym $|AB| = 8, |BC| = 5, |AC| = 7$ opisano okrąg o środku O. Następnie poprowadzono styczną k do okręgu w punkcie C, która w punkcie D przecięła prostą zawierającą bok AB. Oblicz odległość punktu D od wierzchołka B, jeżeli wiadomo, że $|OD| = \frac{14\sqrt{7}}{3}$. *ZIPlanimetriaCiekawe 198*

Zadanie 199 Na bokach AB i AC trójkąta ABC, który nie jest równoramienny, wybrano takie punkty D i E, że $|AD| : |DB| = 1 : k$ oraz $|AE| : |EC| = k : 1$, dla $k \in (0; +\infty)$. Wyznacz wzór funkcji $f(k)$, która jest zdefiniowana jako stosunek pól trójkątów ADE i ABC. Wiedząc że $\frac{|AB|}{|AC|} = m$, dla $m \in (0; 1)$ wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których trójkąty ADE i ABC są podobne. *ZIPlanimetriaCiekawe 199*

Zadanie 200 W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości $|BC| = 28, |CA| = 21$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że pole trójkąta ADC jest równe 126. Oblicz długość promienia okręgu opisanego na trójkącie BCD. *ZIPlanimetriaCiekawe 200*

Zadanie 199 Na bokach AB i AC trójkąta ABC, który nie jest równoramienny, wybrano takie punkty D i E, że $|AD| : |DB| = 1 : k$ oraz $|AE| : |EC| = k : 1$, dla $k \in (0; +\infty)$. Wyznacz wzór funkcji $f(k)$, która jest zdefiniowana jako stosunek pól trójkątów ADE i ABC. Wiedząc że $\frac{|AB|}{|AC|} = m$, dla $m \in (0; 1)$ wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których trójkąty ADE i ABC są podobne. *ZIPlanimetriaCiekawe 199*



$\Delta AKE \sim \Delta AKC$

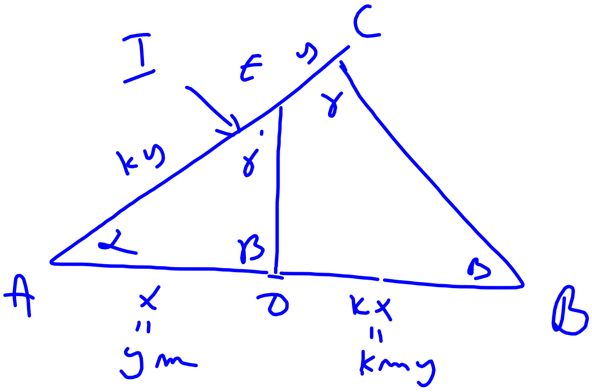
$\frac{EK}{CL} = \frac{AE}{AC} = \frac{k}{k+1}$ $\qquad EK = \frac{k}{k+1} \cdot CL$

$\frac{AD}{AB} = \frac{1}{k+1} \Rightarrow AD = \frac{1}{k+1} \cdot AB$

$f(k) = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} AD \cdot EK}{\cancel{\frac{1}{2}} CL \cdot AB} = \frac{k}{(k+1)^2}$

$f(k) = \frac{P_{ADE}}{P_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot ky \cdot x \, \cancel{\sin\alpha}}{\cancel{\frac{1}{2}} \cdot (k+1)y(k+1)x \cdot \cancel{\sin\alpha}} = \frac{k}{(k+1)^2}$

Zadanie 199 Na bokach AB i AC trójkąta ABC, który nie jest równoramienny, wybrano takie punkty D i E, że $|AD| : |DB| = 1 : k$ oraz $|AE| : |EC| = k : 1$, dla $k \in (0; +\infty)$. Wyznacz wzór funkcji $f(k)$, która jest zdefiniowana jako stosunek pól trójkątów ADE i ABC. Wiedząc że $\frac{|AB|}{|AC|} = m$, dla $m \in (0; 1)$ wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których trójkąty ADE i ABC są podobne. *ZIPlanimetriaCiekawe 199*



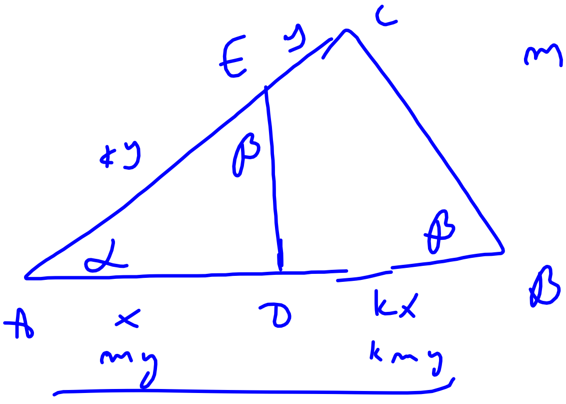
$\frac{AB}{AC} = m = \frac{x+kx}{ky+y} = \frac{x}{y} = m$

$x = ym$

$\frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB}$

$\frac{k}{1} = \frac{1}{k}$ $\quad k>0 \Rightarrow$ $\boxed{k=1}$

Zadanie 199 Na bokach AB i AC trójkąta ABC, który nie jest równoramienny, wybrano takie punkty D i E, że $|AD| : |DB| = 1 : k$ oraz $|AE| : |EC| = k : 1$, dla $k \in (0; +\infty)$. Wyznacz wzór funkcji $f(k)$, która jest zdefiniowana jako stosunek pól trójkątów ADE i ABC. Wiedząc że $\frac{|AB|}{|AC|} = m$, dla $m \in (0; 1)$ wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których trójkąty ADE i ABC są podobne. *ZIPlanimetriaCiekawe 199*



$$m = \frac{AB}{AC} = \frac{x+kx}{y+ky} = \frac{x}{y} = m$$

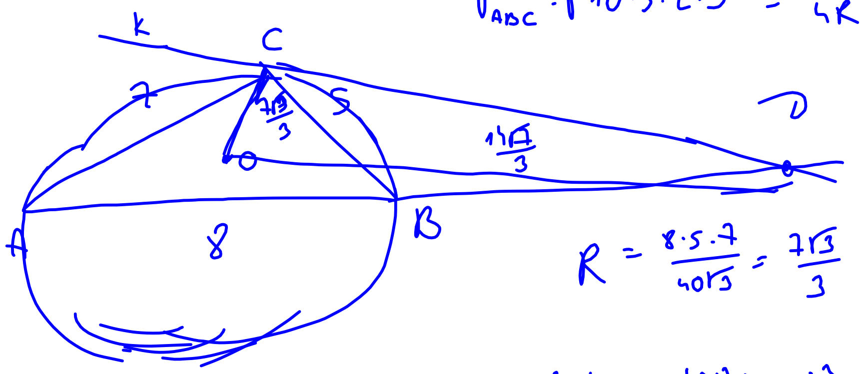
$$x = my \checkmark$$

$$\Delta ADE \sim \Delta ACB$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow$$

$$\frac{k\cancel{y}}{m\cancel{y}\cancel{(k+1)}} = \frac{m\cancel{y}}{\cancel{y}\cancel{(k+1)}} \qquad k = m^2$$

Zadanie 198 Na trójkącie ABC, w którym $|AB| = 8, |BC| = 5, |AC| = 7$ opisano okrąg o środku O. Następnie poprowadzono styczną k do okręgu w punkcie C, która w punkcie D przecięła prostą zawierającą bok AB. Oblicz odległość punktu D od wierzchołka B, jeżeli wiadomo, że $|OD| = \frac{14\sqrt{7}}{3}$. *ZIPlanimetriaCiekawe 198*

$$P_{ABC} = \sqrt{10 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{abc}{4R}$$



$$R = \frac{8 \cdot 5 \cdot 7}{40\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$CD^2 = \left(\frac{14\sqrt{7}}{3}\right)^2 - \left(\frac{7\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left|\frac{7}{3}\right|^2 \left((2\sqrt{7})^2 - \sqrt{3}^2\right)$$

$$CD^2 = x \cdot (8 + x)$$

$$CD = \frac{35}{3}$$

$$-\frac{7^2 \cdot 5^2}{3^2} + x^2 + 8x = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

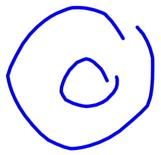
$$x^2 + 8x - \left(\frac{35}{3}\right)^2 = 0$$

$$\boxed{x_1 = \frac{25}{3} \qquad \cancel{x_2 = -\frac{49}{3}}}$$

$$-\frac{25 \cdot 49}{9} = -\frac{35^2}{9}$$

$A \in W(f(x))$

$A \subset \Omega$



$\left.\begin{array}{l} A \subset B \\ B \subset A \end{array}\right\} \Leftrightarrow A = B$

$P(x) = \frac{1}{3}x + 9x^{-3}$

$D_P: x \in \mathbb{R}_+$

Wymienimy ważniejsze wzory rachunku różniczkowego:

(6.1.10) $(x^a)' = ax^{a-1}$, $x>0$, a – dowolna liczba rzeczywista.

(6.1.11) $(\sin x)' = \cos x$.

(6.1.12) $(\cos x)' = -\sin x$.

(6.1.13) $(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$, $\cos x \neq 0$.

(6.1.14) $(\operatorname{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \operatorname{ctg}^2 x)$, $\sin x \neq 0$.

(6.1.15) $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $-1<x<1$, $-\frac{1}{2}\pi \leqslant \arcsin x \leqslant \frac{1}{2}\pi$.

(6.1.16) $(\arccos x)' = \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$, $-1<x<1$, $0 \leqslant \arccos x \leqslant \pi$.

(6.1.17) $(\operatorname{arctg} x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$, $-\frac{1}{2}\pi < \operatorname{arctg} x < \frac{1}{2}\pi$.

(6.1.18) $(\operatorname{arcctg} x)' = \dfrac{-1}{1+x^2}$, $0 < \operatorname{arcctg} x < \pi$.

(6.1.19) $(e^x)' = e^x$.

(6.1.20) $(a^x)' = a^x \ln a$, $a>0$.

(6.1.21) $(\ln|x|)' = \dfrac{1}{x}$, $x \neq 0$.

(6.1.22) $(\log_a|x|)' = \dfrac{1}{x \ln a} = \dfrac{1}{x}\log_a e$, $a>0$, $a \neq 1$, $x \neq 0$.

(6.1.23) $(\sinh x)' = \cosh x$.

(6.1.24) $(\cosh x)' = \sinh x$.

(6.1.25) $(\operatorname{tgh} x)' = \dfrac{1}{\cosh^2 x}$.

(6.1.26) $(\operatorname{ctgh} x)' = \dfrac{-1}{\sinh^2 x}$.

(6.1.27) $(\operatorname{arsinh} x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

(6.1.28) $(\operatorname{arcosh} x)' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$, $x \neq 1$.

(6.1.29) $(\operatorname{artgh} x)' = \dfrac{1}{1-x^2}$, $-1<x<1$.

(6.1.30) $(\operatorname{arctgh} x)' = \dfrac{-1}{1-x^2}$, $x<-1$ lub $x>1$.

6.45. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{13}{5}x^5 - 2x^6$.

6.46. $y = 5x^{15} - x^2 + \frac{1}{3}x - 2$.

6.47. $y = ax^3 + \dfrac{b}{x} + c$.

6.48. $y = \dfrac{4}{x^3}$.

6.49. $y = 9x^7 + 3x^{-5} - 3x^{-11}$.

6.50. $y = 3x^{7/3} - 4x^{13/4} + \frac{4}{7}x^{-1/2} + 7^{3/2}$.

6.51. $y = \sqrt[5]{x^2}$.

6.52. $y = 5\sqrt[3]{x^7}$.

6.53. $y = 3\sqrt[3]{x} - x^3 + \frac{2}{3}\sqrt[4]{x^3}$.

6.54. $y = \sqrt{x} - \frac{5}{6}\sqrt[5]{x^3} - 2\sqrt{x^3}$.

6.55. $y = \dfrac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \sqrt[3]{x}$.

6.56. $y = \dfrac{5}{\sqrt[7]{x}} - 2x^7 + \dfrac{3}{2\sqrt{x}}$.

6.57. $x = t^3\sqrt{t}$.

6.58. $y = \dfrac{2}{x^3\sqrt{x}}$.

6.59. $y = (2\sqrt[3]{x^2} - x)(4\sqrt[3]{x^4} + 2\sqrt[3]{x^5} + x^2)$.

6.60. $y = (4x^2 - 2x\sqrt{x} + x)(2x + \sqrt{x})$.

6.61. $y = \dfrac{3}{3x-2}$.

6.62. $y = \dfrac{5}{2x^2 - 5x + 1}$.

6.63. $y = \dfrac{3x^2}{7x^5 - x + 2}$.

6.64. $y = \dfrac{8x^3}{x^3 + x - 1}$.

6.65. $y = 2\dfrac{x+1}{x-1}$.

6.66. $y = \dfrac{5x^2 + x - 2}{x^2 + 7}$.

6.67. $y = \dfrac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x - 3}$.

6.68. $y = \dfrac{3}{(1-x^2)(1-2x^3)}$.

6.69. $y = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[3]{x}}$.

6.70. $z = \dfrac{1+\sqrt{t}}{1+\sqrt{2t}}$.

6.71. $s=(3t+1)^7$.

6.72. $v=(4z^2-5z+13)^5$.

6.73. $x=\left(\frac{1}{t}+4\right)^4$.

6.74. $s=\left(7t^2-\frac{4}{t}+6\right)^6$.

6.75. $y=\sqrt{x^2-4}$.

6.76. $z=\sqrt{ax^2+bx+c}$.

6.77. $y=\frac{1}{\sqrt{2-3t}}$.

6.78. $s=\frac{1}{\sqrt{6t-t^2}}$.

6.79. $y=\frac{1}{\sqrt[3]{(2-x^3)^4}}$.

6.80. $y=\frac{1}{\sqrt[n]{(a+bx)^p}}$.

6.81. $y=\frac{1}{(b-x^p)^n}$.

6.82. $y=\frac{1}{\sqrt[4]{(x-1)^3}}$.

6.83. $u=\frac{1}{v-\sqrt{a^2+v^2}}$.

6.84. $y=\frac{a-x}{\sqrt{a^2-x^2}}$, $a>0$.

6.85. $v=\frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}$.

6.86. $y=\frac{3\sqrt{x}}{x^2+1}$.

6.87. $y=\frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}}$.

6.88. $z=\sqrt{\frac{x^2-3x+2}{x^2-7x+12}}$.

6.89. $z=\sqrt{\frac{a^2-x^2}{a^2+x^2}}$.

6.90. $s=\sqrt{\frac{1-\sqrt{t}}{1+\sqrt{t}}}$.

6.91. $u=\frac{\sqrt{1+v}-\sqrt{1-v}}{\sqrt{1+v}+\sqrt{1-v}}$.

6.140. $y=x^3 \operatorname{arctg} x^3$.

6.141. $z=\dfrac{\arcsin 4y}{1-4y}$.

6.142. $y=\dfrac{4}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg}\left[\dfrac{1}{\sqrt{3}}\left[2 \operatorname{tg} \dfrac{x}{2}+1\right)\right]-x$.

6.143. $y=\dfrac{1}{\sqrt{a^2-b^2}} \arcsin \dfrac{a \cos x+b}{a+b \cos x}$.

6.144. $y=e^{3x}$.

6.145. $y=5e^{\frac{1}{2}x}$.

6.146. $y=e^x f(x)$.

6.147. $y=3e^{-2x} g(x)$.

6.148. $y=e^{\sin x}$.

6.149. $y=5e^{\cos x}$.

6.150. $y=e^{\cos^2 x}$.

6.151. $y=3e^{2\sin^3 x}$.

6.152. $z=(v^3-3v^2+6v-6)\, e^v$.

6.153. $z=(10x^2-1)\, e^{3x}$.

6.154. $z=\dfrac{(2x-1)\, e^x}{2\sqrt{x}}$.

6.155. $y=(x+k\sqrt{1-x^2})\, e^{k \arcsin x}$.

6.156. $y=5^x+2^x$.

6.157. $y=3^x x^3$.

6.158. $y=2 \cdot 7^x-1$.

6.159. $y=5 \cdot 10^{3x}$.