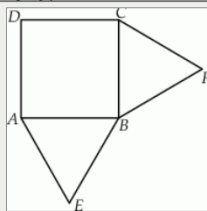


Wykaż, że wysokość CD trójkąta prostokątnego ABC poprowadzona z wierzchołka C kąta prostego dzieli przeciwprostokątną na odcinki AD i DB , których stosunek długości jest równy stosunkowi kwadratów długości przyprostokątnych odpowiednio AC i BC tego trójkąta.

Rozwiązanie (1443383)



Na zewnątrz kwadratu $ABCD$ na bokach AB i BC zbudowano trójkąty równoboczne AEB i BFC . Uzasadnij, że trójkąt DEF jest równoboczny.



Rozwiązanie (1450893)

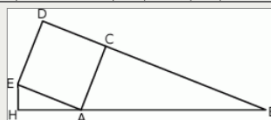


Wysokość trójkąta równobocznego jest o 3 cm krótsza od długości jego boku. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trójkącie.

Rozwiązanie (1460203)



Na zewnątrz trójkąta prostokątnego ABC , w którym $\angle ACB = 90^\circ$ oraz $|AC| = 5$, $|BC| = 12$ zbudowano kwadrat $ACDE$.

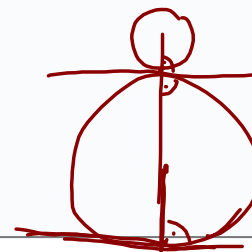
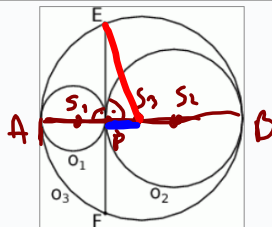


Dane są trzy okręgi $\odot_1$, $\odot_2$ i $\odot_3$. Okręgi $\odot_1$, $\odot_2$ są styczne zewnętrznie, jednocześnie są styczne wewnętrznie do okręgu $\odot_3$ (patrz rysunek). Promienie okręgów $\odot_1$ i $\odot_2$ są odpowiednio równe r_1 i r_2 , a środki wszystkich trzech okręgów leżą na jednej prostej. Uzasadnij, że długość odcinka EF jest równa $4\sqrt{r_1 r_2}$, gdzie odcinek EF jest cięciwą okręgu $\odot_3$ i zawiera się we wspólnej stycznej okręgów $\odot_1$ i $\odot_2$.

$$T: EF = 4\sqrt{r_1 r_2}$$

D:

$$AB = 2r_1 + 2r_2 = 2r_3$$



$$r_1 + r_2 = r_3$$

$$ES_3^2 = \left(\frac{1}{2}EF\right)^2 + (S_3P)^2$$

$$r_3^2 = \frac{1}{4}EF^2 + (r_3 - 2r_1)^2$$

$$(r_1 + r_2)^2 = \frac{1}{4}EF^2 + (r_2 - r_1)^2$$

$$EF^2 = 16r_1 r_2$$

Dwa okręgi o promieniach $r = 2$ i $R = 6$ są styczne zewnętrznie i są styczne do wspólnej prostej k . Wykaż, że prosta l przechodząca przez środki S i P tych okręgów przecina prostą k pod kątem $\alpha = 30^\circ$ (zobacz rysunek).

$$\tau: \alpha = 30^\circ$$

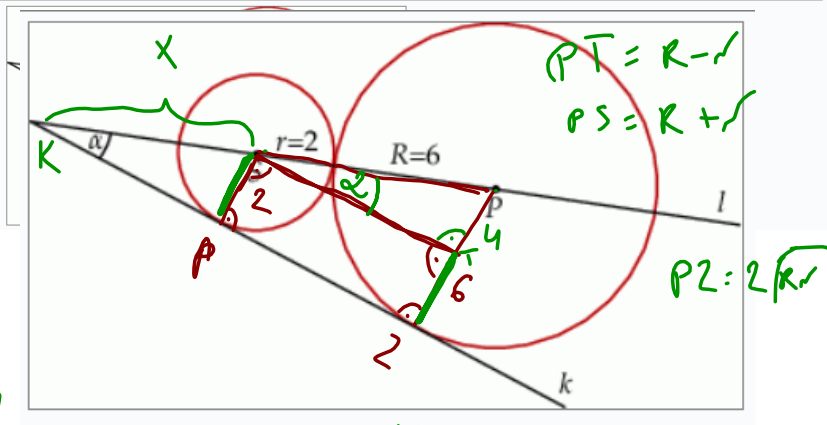
D:

$$2 \triangle PST \Rightarrow$$

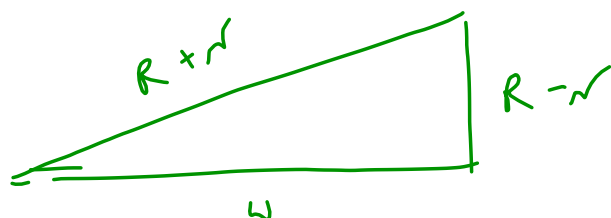
$$\sin \alpha = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha \in (0; 90^\circ)$$

$$\alpha = 30^\circ \text{ c.n.d.}$$



$$\frac{2}{6} = \frac{x}{8-x}$$

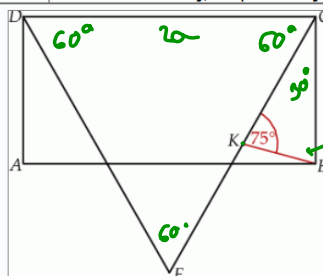


$$W^2 = (R+r)^2 - (R-r)^2$$

$$W^2 = 4Rr$$

$$W = 2\sqrt{Rr}$$

Dany jest prostokąt $ABCD$, którego jeden bok jest dwa razy dłuższy od drugiego. Na boku DC zbudowano trójkąt równoboczny CDE (zobacz rysunek). Punkt K jest takim punktem odcinka CE , że $|\angle BKC| = 75^\circ$. Udowodnij, że punkt K jest środkiem odcinka CE .



$$|\angle BKC| = 180 - 30 - 75 = 75^\circ$$

$$\Rightarrow CK = a = \frac{1}{2}CE$$

$$\Rightarrow K \text{ s.r.}$$

Rozwiązanie (1714538)