

Zadanie 12 (3 pkt)

W trójkącie równoramiennym ABC , w którym $|AC| = |BC| = 10$ cm, wysokość poprowadzona z wierzchołka C jest równa 5 cm. Oblicz miary kątów tego trójkąta. Odpowiedź podaj w stopniach.

Zadanie 13 (4 pkt)

Podaj wymiary prostokąta, którego boki różnią się o 6 cm, a przekątna ma długość 30 cm.

$$2 \triangle ADC \Rightarrow \angle C \in (0^\circ, 90^\circ)$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{10}$$

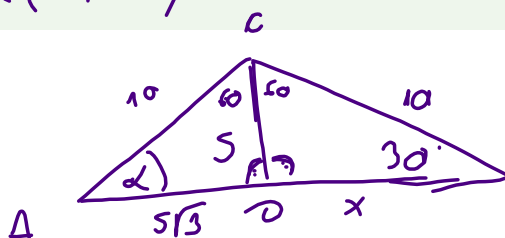
$$\Downarrow$$

$$\alpha = 30^\circ \Rightarrow$$

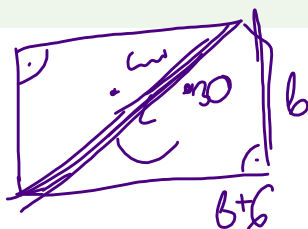
$$p = 30$$

$$\Downarrow$$

$$\gamma = 120^\circ$$


 $2 \triangle$
Zadanie 13 (4 pkt)

Podaj wymiary prostokąta, którego boki różnią się o 6 cm, a przekątna ma długość 30 cm.



$$(b+6)^2 + b^2 = 30^2$$

$$b^2 + 2b \cdot 6 + 36 + b^2 = 900$$

$$2b^2 + 12b + 36 - 900 = 0 \quad | :2$$

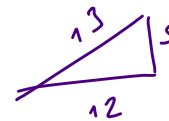
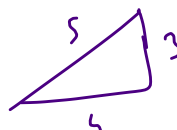
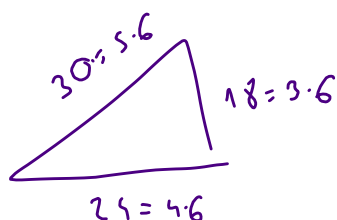
$$b^2 + 6b - 432 = 0$$

$$\Delta = 6^2 + 4 \cdot 432 = 1728 + 36 = 1764$$

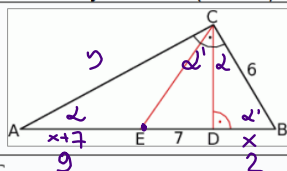
$$\sqrt{\Delta} = 42$$

$$b_1 = \frac{-6 - \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-6 - 42}{2} < 0$$

$$b_2 = \frac{-6 + \sqrt{\Delta}}{2} = 18$$



Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym przyprostokątna BC ma długość 6. Punkt E jest środkiem przeciwprostokątnej AB , spodek D wysokości CD leży między punktami B i E , a odległość między punktami D i E jest równa 7 (zobacz rysunek).



Oblicz obwód trójkąta ABC .

Rozwiązanie (1767380)

$$\angle \alpha = \angle \alpha' \quad \angle \alpha' = \angle \alpha'$$

$$\triangle ABC \sim \triangle CBD \sim \triangle ACD$$

$$\frac{AB}{CB} = \frac{CB}{DB} \quad \frac{AC}{CD} = \frac{CD}{AD}$$

$$\frac{AB}{CB} = \frac{CB}{DB} = \frac{AC}{CD}$$

$$\frac{x+7}{6} = \frac{6}{x} \Rightarrow 1x^2 + 14x - 36 = 0$$

$$\Delta \rightarrow x^2 + 7x - 18 = 0$$

$$(x-9)(x+2) = 0$$

$$x = 9$$

$$y^2 + 6^2 = 18^2$$

$$y^2 = 18^2 - 6^2 = 12 \cdot 24 = 12^2 \cdot 2$$

$$(18-6)(18+6)$$

$$y = 12\sqrt{2}$$

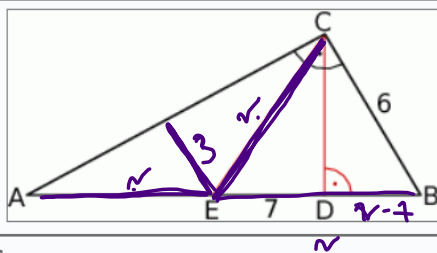
$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2 = (c-a)(c+a)$$

$$b = \sqrt{(c-a)(c+a)}$$



Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym przyprostokątna BC ma długość 6. Punkt E jest środkiem przeciwprostokątnej AB , spodek D wysokości CD leży między punktami B i E , a odległość między punktami D i E jest równa 7 (zobacz rysunek).

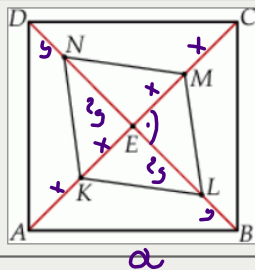


Oblicz obwód trójkąta ABC .

Rozwiązanie (1767380)



Dany jest kwadrat $ABCD$. Przekątne AC i BD przecinają się w punkcie E . Punkty K i M są środkami odcinków – odpowiednio – AE i EC . Punkty L i N leżą na przekątnej BD tak, że $|BL| = \frac{1}{3}|BE|$ i $|DN| = \frac{1}{3}|DE|$ (zobacz rysunek). Wykaż, że stosunek pola czworokąta $KLMN$ do pola kwadratu $ABCD$ jest równy $1:3$.



Rozwiązanie (1791391)

$D: \overline{AC} \perp \overline{DB}$ (bo kwad.)

NIECH $AB = a$

$AC = a\sqrt{2}$

$$KM = \frac{1}{2} a\sqrt{2}$$

$$NL = \frac{2}{3} a\sqrt{2}$$

$$P_{ABCD} = a^2$$

$$P_{KLMN} = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{\frac{2}{3} a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} a\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{3} a^2 = \frac{1}{3} P_{ABCD}$$