

Zadanie 1.22. [matura, czerwiec 2017, zad. 6. (2 pkt)]

Funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe: $x_1 = -1$, $x_2 = 12$. Oblicz największą wartość tej funkcji. Zakoduj kolejno, od lewej do prawej, cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 1.23. [matura, czerwiec 2017, zad. 13. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 - 3mx + 2m^2 + 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania takie, że każde należy do przedziału $(-\infty, 3)$.

Zadanie 1.24. [matura, maj 2018, zad. 12. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + (m+1)x - m^2 + 1 = 0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 ($x_1 \neq x_2$), spełniające warunek $x_1^3 + x_2^3 > -7x_1x_2$.

Zadanie 1.25. [matura, czerwiec 2018, zad. 14. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 - 3mx + (m+1)(2m-1) = 0$

ma dwa różne rozwiązania x_1, x_2 spełniające warunki: $x_1 \cdot x_2 \neq 0$ oraz $0 < \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq \frac{2}{3}$.

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ c \neq 0 \\ -\frac{b}{c} \in (0, \frac{2}{3}] \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x_1 - 3 < 0 \\ x_2 - 3 < 0 \end{cases} \\ & \Downarrow \\ & x_1 + x_2 - 6 < 0 \\ & \Uparrow \\ & \begin{cases} x_1 = -100 \\ x_2 = 98 \end{cases} \\ & \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-b}{c} = -\frac{b}{c} \end{aligned}$$

Zadanie 1.23. [matura, czerwiec 2017, zad. 13. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 - 3mx + 2m^2 + 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania takie, że każde należy do przedziału $(-\infty, 3)$.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} x_1 < 3 \\ x_2 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 3 < 0 \\ x_2 - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 3) + (x_2 - 3) < 0 \\ (x_1 - 3)(x_2 - 3) > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$x_1 + x_2 - 6 < 0$$

$$x_1 x_2 - 3(x_1 + x_2) + 9 > 0$$

$$\frac{c}{a} + \frac{3b}{a} + 9 > 0$$

Zadanie 1.23. [matura, czerwiec 2017, zad. 13. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 - 3mx + 2m^2 + 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania takie, że każde należy do przedziału $(-\infty, 3)$.

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 - 6 < 0 \\ (x_1 - 3)(x_2 - 3) > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} ① m \in \mathbb{R} \\ ② m \in (-\infty, -\frac{2\sqrt{13}}{13}) \cup (\frac{2\sqrt{13}}{13}, +\infty) \\ ③ m < 2 \\ ④ m \in (-10, 1) \end{cases}$$

$$\text{Odp: } m \in (-10, -\frac{2\sqrt{13}}{13}) \cup (\frac{2\sqrt{13}}{13}, 1)$$

$$m^2 + 9m - 10 < 0$$

$$(m + 10)(m - 1) < 0$$



ad 3)

ad 2 $\Delta = b^2 - 4ac = 9m^2 + 4m^2 - 4 = 13m^2 - 4 \neq 0$

Zadanie 1.24. [matura, maj 2018, zad. 12. (6 pkt)]

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + (m+1)x - m^2 + 1 = 0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 ($x_1 \neq x_2$), spełniające warunek $x_1^3 + x_2^3 > -7x_1x_2$.

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta_x > 0 \\ x_1^3 + x_2^3 > -7x_1x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{R} \\ m \in (-\infty, -1) \cup (\frac{2}{3}, +\infty) \\ m \in (-\infty, -3) \cup (-1, \frac{2}{3}) \end{cases}$$

$$\text{Odp: } m \in (-\infty, -1) \cup (\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$$

$$③ (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) + 7x_1x_2 > 0 \quad a = 1$$

$$-b((-b)^2 - 3c) + 7c > 0$$

$$-b^3 + 3bc + 7c > 0$$

$$-(m+1)^3 - 3(m+1)(m^2-1) - 7(m^2-1) > 0$$

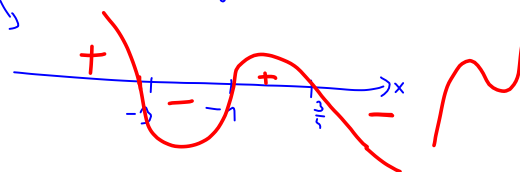
$$-(m+1)((m+1)^2 + 3(m^2-1) + 7(m-1)) > 0$$

$$-(m+1)(4m^2 + 9m - 9) > 0$$

$$\Delta_m = 9^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 9(9 - 16) = 9 \cdot (-7) = -63 < 0$$

$$m_1 = \frac{-9 - \sqrt{-63}}{8} = -3 \quad m_2 = \frac{2}{3}$$

$$m_1 \cdot m_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$$



$$\Delta_x > 0 \Leftrightarrow 5m^2 + 2m - 3 > 0$$

$$(m+1)(5m-3) > 0$$



$$a > 0 \quad (x - \underline{\underline{1}})^2$$



$$(x - \underline{\underline{1}})(x - \underline{\underline{2}})^{\downarrow}$$

