Zadanie 29 (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $(4-6x)(\sqrt{2}x-2) < \sqrt{8}(\sqrt{2}-x)$.

Zadanie 30 (2 pkt)

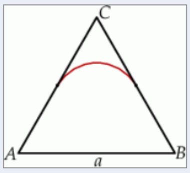
Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że co najwyżej jeden raz wypadnie ścianka z pięcioma oczkami.

Zadanie 31 (2 pkt)

Rozwiąż równanie $(2x^3+5)(2x-5x^3)=0$.

Zadanie 32 (2 pkt)

Trójkąt ABC jest trójkątem równobocznym o boku długości a. Wykaż, że łuk okręgu wpisanego w ten trójkąt zawarty między dwoma kolejnymi punktami styczności tego okręgu z bokami trójkąta ma długość większą niż $60\% a$.



Zadanie 33 (2 pkt)

Wykaż, że jeżeli ciąg (a_n) jest ciągiem geometrycznym, to

$$(a_1 a_2 a_3 \cdot \ldots \cdot a_{100})^2 = (a_1 a_{100})^{100}$$

Rozwiąż nierówność $(4-6x)(\sqrt{2}x-2) < \sqrt{8}(\sqrt{2}-x)$.

29

$4\sqrt{2}x - 6\sqrt{2}x^2 - 8 + 12x < \sqrt{16} - \sqrt{8}x$ (4)

$-6\sqrt{2}x^2 + 12x + 4\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}x - 12 < 0$

$-6\sqrt{2}x^2 + 12x + 6\sqrt{2}x - 12 < 0 \quad | : (-6)$

$\sqrt{2}x^2 - 2x - \sqrt{2}x + 2 > 0$

$\sqrt{2}x^2 + x(-2-\sqrt{2}) + 2 > 0$

$\sqrt{8} = 2^{1,5} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$

$a = \sqrt{2}$

$b = (-2-\sqrt{2}) \Rightarrow b^2 = (+2+\sqrt{2})^2 = 4 + 4\sqrt{2} + 2 = 6 + 4\sqrt{2}$

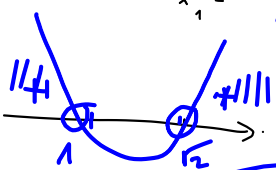
$c = 2$

$\Delta = b^2 = 6 + 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = 6 - 4\sqrt{2} = (2-\sqrt{2})^2$

$\sqrt{\Delta} = 2 - \sqrt{2}$

$x_1 = \frac{2+\sqrt{2} - 2 + \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2}} = 1$

$x_2 = \frac{2+\sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$



$\boxed{x \in (-\infty, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)}$

$\sqrt{2}x^2 - 2x - \sqrt{2}x + 2 > 0$

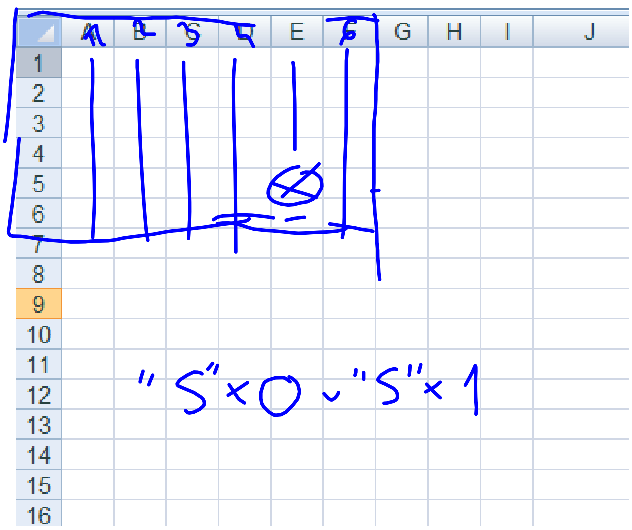
$x(\sqrt{2}x - 2) - (\sqrt{2}x - 2) > 0$

$(\sqrt{2}x - 2)(x - 1) > 0$

$\sqrt{2}(x - \sqrt{2})(x - 1) > 0$

$x_1 = \sqrt{2}$ $x_2 = 1$

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że co najwyżej jeden raz wypadnie ścianka z pięcioma oczkami.



"5" × 0 ∨ "5" × 1

Ω – 2× kostk...

$\bar{\bar{\Omega}} = 36$

A – co najwyżej 1d – w 5od.

$\bar{\bar{A}} = 35$

$P(A) = \frac{\bar{\bar{A}}}{\bar{\bar{\Omega}}} = \frac{35}{36}$

Zadanie 31 (2 pkt)

Rozwiąż równanie $(2x^3+5)(2x-5x^3)=0$.

$2x^3+5=0 \lor 2x-5x^3=0$

$2x^3=-5 \qquad \lor\ x(2-5x^2)=0$

$x^3=-\frac{5}{2} \qquad x=0 \lor 5x^2=2$

$x^2=\frac{2}{5}$

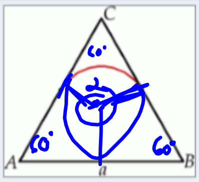
$x=-\sqrt[3]{\frac{5}{2}}=$

$=-\frac{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{4}}{\underbrace{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2}}}=-\frac{\sqrt[3]{10}}{2}$

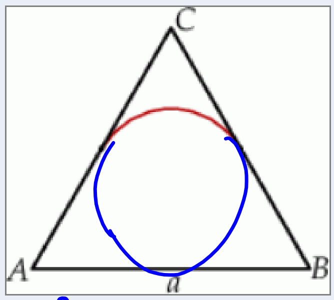
$x=0 \lor x=\sqrt{\frac{2}{5}} \lor x=-\sqrt{\frac{2}{5}}$

Zadanie 32 (2 pkt)

Trójkąt ABC jest trójkątem równobocznym o boku długości a. Wykaż, że łuk okręgu wpisanego w ten trójkąt zawarty między dwoma kolejnymi punktami styczności tego okręgu z bokami trójkąta ma długość większą niż $60\%a$.



$\alpha=\frac{120°}{360}$



$P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$r=\frac{1}{3}h=\frac{a\sqrt{3}}{6}$

$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$l=\frac{2\pi r\alpha}{360°}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}\pi\alpha}{360°}=\frac{a\sqrt{3}}{3}\pi\cdot\frac{1}{3}=\frac{a\sqrt{3}\pi}{9}\overset{?}{>}60\%a$

$\frac{3,14\cdot1,73}{9}=0,604>60\%$ cnd.

Zadanie 33 (2 pkt)

Wykaż, że jeżeli ciąg (a_n) jest ciągiem geometrycznym, to

$$(a_1a_2a_3\cdot\ldots\cdot a_{100})^2=(a_1a_{100})^{100}$$