

$$6kw = \pi = 180^\circ$$

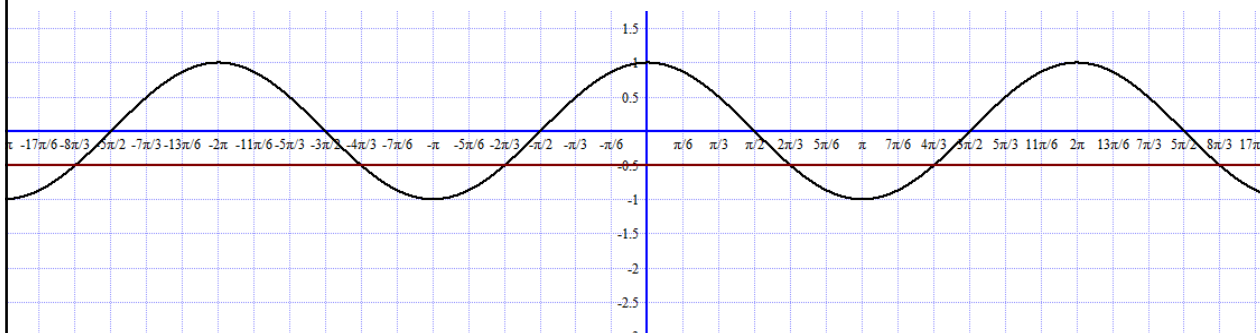
$$1kw = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

$$\pi \approx 3.14 \approx 3$$

OX

$$6kw = 3 \quad \underline{2kw = 1}$$

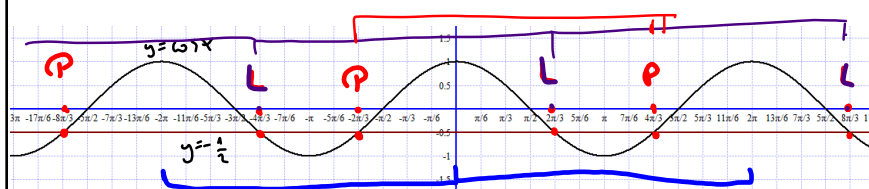
$$OY: \underline{2kw = 1}$$



$$\boxed{\cos x = -\frac{1}{2}} \quad - \text{równ. trygon. elementarn.}$$

główn.

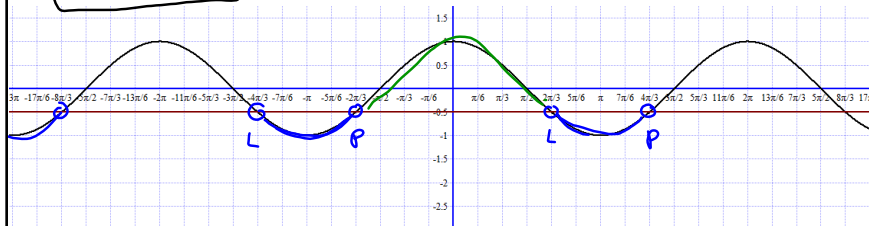
$$f(\cos) = a \in \mathbb{R}$$



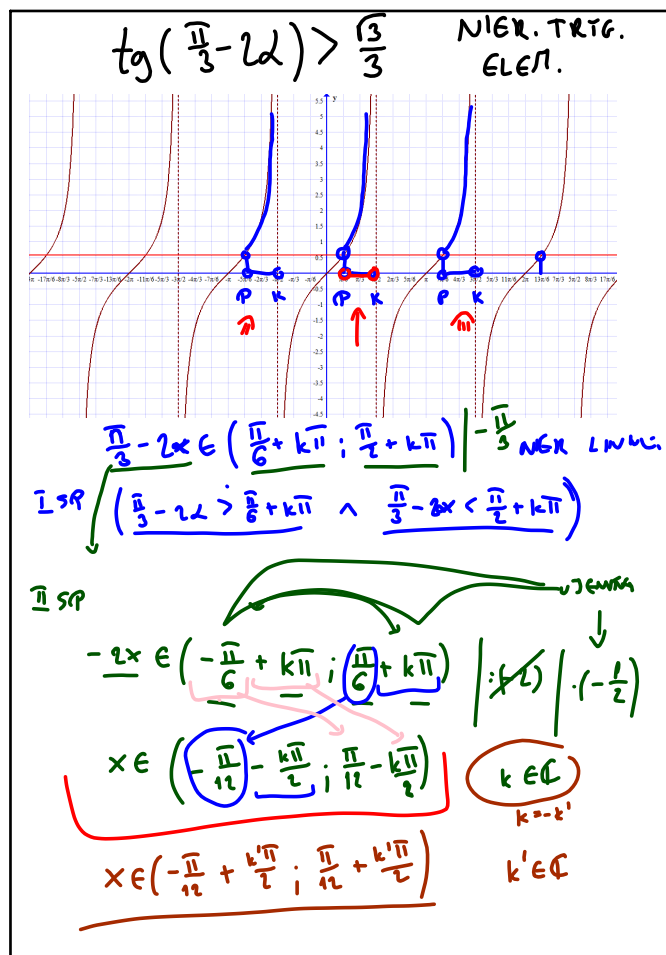
$$L: x = \frac{4\pi}{6} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$P: x_1 = -\frac{4\pi}{6} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\boxed{\cos x < -\frac{1}{2}} \quad \text{NIE R. TR. ELEMT.}$$



$$x \in \left(\frac{4\pi}{3} + 2k\pi, \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \right) \Leftrightarrow \cos x < -\frac{1}{2}$$



$-3x \in \left(-8, 15\right) \mid \cdot (-\frac{1}{3})$

$x \in \left(-5, \frac{8}{3}\right)$



Zadanie 3.1. [matura, maj 2010, zad. 2. (4 pkt)]

Wyznacz wszystkie rozwiązania równania $2\cos^2 x - 5\sin x - 4 = 0$ należące do przedziału $\langle 0, 2\pi \rangle$.

RÓW TRIG.
KUAKK.

Zadanie 3.2. [matura, sierpień 2010, zad. 1. (4 pkt)]

Wyznacz wszystkie rozwiązania równania $2\sin^2 x - 7\cos x - 5 = 0$ należące do przedziału $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Zadanie 3.3. [matura, maj 2011, zad. 4. (4 pkt)]

Rozwiąż równanie $2\sin^2 x - 2\sin^2 x \cdot \cos x = 1 - \cos x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Jeżeli nie ma pomysłu to:

1. przenosimy wszystko na lewo,
2. doprowadzamy do jednakowych kątów we wszystkich funkcjach,
3. doprowadzamy do jednakowych funkcji,
4. wprowadzamy pomocniczą niewiadomą,

Zadanie 3.1. [matura, maj 2010, zad. 2. (4 pkt)]Wyznacz wszystkie rozwiązania równania $2\cos^2 x - 5\sin x - 4 = 0$ należące do przedziału $(0, 2\pi)$.**Zadanie 3.2.** [matura, sierpień 2010, zad. 1. (4 pkt)]Wyznacz wszystkie rozwiązania równania $2\sin^2 x - 7\cos x - 5 = 0$ należące do przedziału $(0, 2\pi)$.**Zadanie 3.3.** [matura, maj 2011, zad. 4. (4 pkt)]Rozwiąż równanie $2\sin^2 x - 2\sin^2 x \cdot \cos x = 1 - \cos x$ w przedziale $(0, 2\pi)$.

$$2 - 2\sin^2 x - 5\sin x - 4 = 0$$

$$-2\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$$

$$2\sin^2 x + 5\sin x + 2 = 0 \quad \leftarrow \text{uprzedź równ tryg.}$$

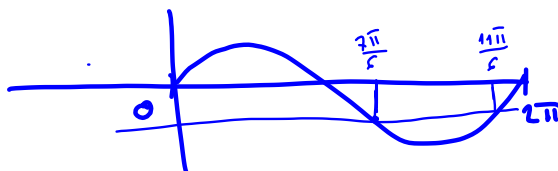
$$\text{Niech } t = \sin x \in (-1, 1)$$

$$2t^2 + 5t + 2 = 0 \quad \leftarrow \text{wzrost.}$$

$$(t+2)(2t+1) = 0 \quad \langle 0, 2\pi \rangle$$

$$t_1 = -2 \quad \vee \quad t_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \quad \text{w tr. 4. kw.}$$

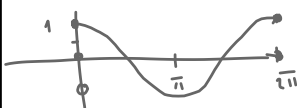
**Zadanie 3.3.** [matura, maj 2011, zad. 4. (4 pkt)]Rozwiąż równanie $2\sin^2 x - 2\sin^2 x \cdot \cos x = 1 - \cos x$ w przedziale $(0, 2\pi)$.

$$2\sin^2 x (1 - \cos x) - (1 - \cos x) = 0$$

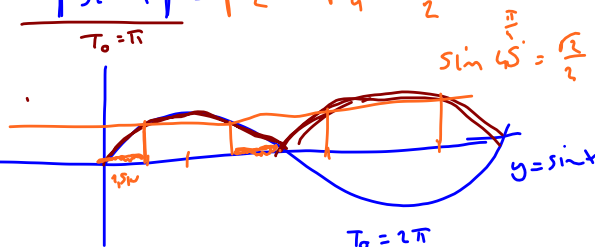
$$(1 - \cos x)(2\sin^2 x - 1) = 0$$

$$\cos x = 1 \quad \vee \quad \sin^2 x = \frac{1}{2} \quad \leftarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \quad f(x) \xrightarrow{\sin x} |f(x)|$$

$$|\sin x| = \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$x \in \{0; 2\pi\}$$



$$x \in \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; 1\frac{1}{4}\pi; 1\frac{3}{4}\pi \right\}$$

$$\text{Og. } x \in \left\{ 0; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; 1\frac{1}{4}\pi; 1\frac{3}{4}\pi; 2\pi \right\}$$

Zadanie 3.3. [matura, maj 2011, zad. 4. (4 pkt)]Rozwiąż równanie $2\sin^2 x - 2\sin^2 x \cdot \cos x = 1 - \cos x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

$$2 - 2\cos^2 x - 2\cos x(1 - \cos^2 x) - 1 + \cos x = 0$$

$$2\cos^3 x - 2\cos^2 x - \cos x + 1 = 0 \quad \text{Rozłóż na 3}$$

$$\cos x = t$$

$$2t^3 - 2t^2 - t + 1 = 0$$

$$2t^2(t-1) - (t-1) = 0$$

$$(t-1)(2t^2-1) = 0$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \cos x = 1 & \quad \checkmark \quad \cos^2 x = \frac{1}{2} \\ | \cos x | = \frac{\sqrt{2}}{2} & = | \sin x | \end{aligned}$$

Zadanie 3.28. [matura, czerwiec 2018, zad. 2 swe. (5 pkt)]Rozwiąż równanie $4\sin x \cdot \cos^2 x - 1 = 2\sin 2x - \cos x$ w przedziale $(0, 2\pi)$

$$4\sin x \cdot \cos^2 x - 1 - 4\sin x \cos x + \cos x = 0$$

$$4\sin x \cos x (\cos x - 1) + 1(\cos x - 1) = 0$$

$$(4\sin x \cos x + 1)(\cos x - 1) = 0$$

$$\begin{aligned} 4\sin x \cos x &= -1 & \checkmark & \cos x = 1 \\ 2 \cdot \sin 2x &= -1 & & x \in \emptyset \end{aligned}$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{2}$$

$$\sin \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} x &\in (0, 2\pi) \\ 2x &\in (0, 4\pi) \end{aligned}$$

$$x = \frac{7\pi}{12}$$

$$x = \frac{11\pi}{12}$$

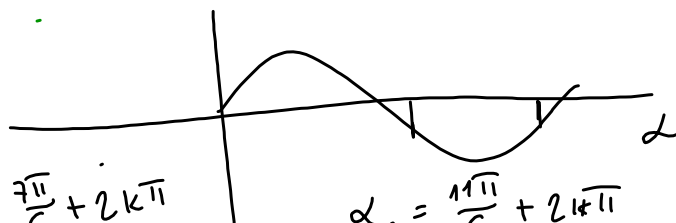
$$\begin{aligned} x_3 &= \frac{19\pi}{12} \\ x_5 &= \frac{23\pi}{12} \end{aligned}$$



$$\sin 2x = -\frac{1}{2}$$

$$\sin \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$x \in (0, 2\pi)$$



$$\alpha_1 = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\alpha_2 = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

$$2x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

$$2x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x_1 = \frac{7\pi}{12} + k\pi$$

$$x_2 = \frac{11\pi}{12} + k\pi$$

$$(k \in \mathbb{Z})$$

$$(0; 2\pi)$$

$$(-\pi; \pi)$$

$$k = -1 \quad x_1 = \frac{7\pi}{12} - \pi = -\frac{5\pi}{12}$$

$$k = -1 \quad x_2 = \frac{11\pi}{12} - \pi = -\frac{\pi}{12}$$

$$k = 0 \quad x_0 = \frac{7\pi}{12} \quad \text{OK}$$

$$k = 0 \quad x_0 = \frac{11\pi}{12} \quad \text{OK}$$

$$k = 1 \quad x_1 = \frac{19\pi}{12} \quad \text{OK}$$

$$k = 1 \quad x_1 = \frac{23\pi}{12} \quad \text{OK}$$

$$k = 2 \quad x_2 = \frac{31\pi}{12} \quad \text{FU}$$

$$k = 2 \quad \text{X}$$

$$|\sin 2x = -\frac{1}{2}|$$

$$f(x) \rightarrow f(2x)$$