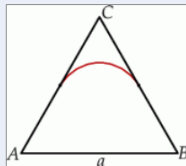


Zadanie 29 (2 pkt)Rozwiąż nierówność $(4 - 6x)(\sqrt{2}x - 2) < \sqrt{8}(\sqrt{2} - x)$.**Zadanie 30** (2 pkt)Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ścianie ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że co najwyżej jeden raz wypadnie ścianka z pięcioma oczkami.**Zadanie 31** (2 pkt)Rozwiąż równanie $(2x^3 + 5)(2x - 5x^3) = 0$.**Zadanie 32** (2 pkt)Trójkąt ABC jest trójkątem równobocznym o boku długości a . Wykaż, że łuk okręgu wpisanego w ten trójkąt zawarty między dwoma kolejnymi punktami styczności tego okręgu z bokami trójkąta ma długość większą niż $60\%a$.**Zadanie 33** (2 pkt)Wykaż, że jeżeli ciąg (a_n) jest ciągiem geometrycznym, to

$$(a_1 a_2 a_3 \dots a_{100})^2 = (a_1 a_{100})^{100}$$

Rozwiąż nierówność $(4 - 6x)(\sqrt{2}x - 2) < \sqrt{8}(\sqrt{2} - x)$.

$$4\sqrt{2}x - 6\sqrt{2}x^2 - 8 + 12x < \sqrt{6} - \sqrt{8}x$$

$$-6\sqrt{2}x^2 + 12x + 4\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}x - 12 < 0$$

$$-6\sqrt{2}x^2 + 12x + 6\sqrt{2}x - 12 < 0 \quad | :(-6)$$

$$\sqrt{2}x^2 - 2x - \sqrt{2}x + 2 > 0$$

$$\sqrt{2}x^2 + x(-2 - \sqrt{2}) + 2 > 0$$

$$a = \sqrt{2}$$

$$b = (-2 - \sqrt{2}) \Rightarrow b' = (2 + \sqrt{2})' = 4 + 4\sqrt{2} + 2 = 6 + 4\sqrt{2}$$

$$c = 2$$

$$\Delta = b'^2 = 6 + 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = 6 - 4\sqrt{2} = (2 - \sqrt{2})^2$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1$$

$$x_2 = \frac{2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$x \in (-\infty, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$$

$$\sqrt{2}x^2 - 2x - \sqrt{2}x + 2 > 0$$

$$x(\sqrt{2}x - 2) - (\sqrt{2}x - 2) > 0$$

$$(\sqrt{2}x - 2)(x - 1) > 0$$

$$\sqrt{2}(x - \sqrt{2})(x - 1) > 0$$

$$\underline{x_1 = \sqrt{2}}$$

$$\underline{x_2 = 1}$$

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ścianie ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że co najwyżej jeden raz wypadnie ścianka z pięcioma oczkami.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										

"5" x 0 ~ "5" x 1

$$n = 2 \times 10000 =$$

$$\bar{n} = 36$$

$$A = \text{co najwyżej jedno 5}$$

$$\bar{A} = 35$$

$$P(A) = \frac{\bar{A}}{\bar{n}} = \frac{35}{36}$$

Zadanie 31 (2 pkt)

Rozwiąż równanie $(2x^3 + 5)(2x - 5x^3) = 0$.

$$\begin{aligned}
 2x^3 + 5 &= 0 \vee 2x - 5x^3 = 0 \\
 2x^3 &= -5 & \vee x(2 - 5x^2) &= 0 \\
 x^3 &= -\frac{5}{2} & x &= 0 \vee 5x^2 = 2 \\
 & & x^2 &= \frac{2}{5} \\
 x &= -\sqrt[3]{\frac{5}{2}} : & x &= 0 \vee x = \sqrt{\frac{2}{5}} \vee x = -\sqrt{\frac{2}{5}} \\
 &= -\sqrt[3]{\frac{5}{2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{2}} & & \\
 \underbrace{\sqrt[3]{\frac{5}{2}} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}}_{\sqrt[3]{10}} &= -\frac{\sqrt[3]{10}}{2}
 \end{aligned}$$

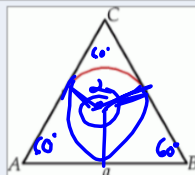
Zadanie 32 (2 pkt)

Trójkąt ABC jest trójkątem równobocznym o boku długości a . Wykaż, że łuk okręgu wpisanego w ten trójkąt zawarty między dwoma kolejnymi punktami styczności tego okręgu z bokami trójkąta ma długość większą niż $60\%a$.

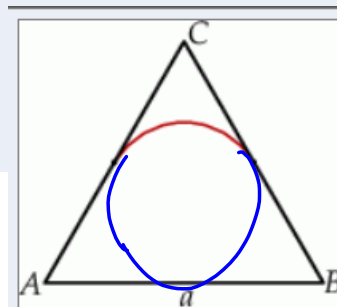
$$P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$r = \frac{1}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



$$\angle = \frac{120^\circ}{360^\circ}$$



$$L = \frac{2\pi r \angle}{360^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} \pi \angle}{360^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \pi \cdot \frac{1}{3} = \frac{a\sqrt{3}\pi}{9} \stackrel{?}{>} 60\%a$$

$$\frac{3,14 \cdot 1,73}{9} = 0,604 > 60\% \quad \text{c.n.A.}$$

Zadanie 33 (2 pkt)

Wykaż, że jeżeli ciąg (a_n) jest ciągiem geometrycznym, to

$$(a_1 a_2 a_3 \dots a_{100})^2 = (a_1 a_{100})^{100}$$

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $2^{\log_4 9}$ jest równa

A) 3

B) 24

C) 9

D) 81

$$a^{\log_a b} = b$$

$$2^{\log_4 9} = \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^{\log_4 9} = \left(4^{\log_4 9}\right)^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}} = 3$$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt{5}$ można zapisać w postaciA) $5^{\frac{5}{8}}$ B) $5^{\frac{11}{4}}$ C) $5^{\frac{1}{4}}$ D) $5^{\frac{5}{8}}$

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n}$$

$$\left(5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{4}{3}} = \left(5^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}} = 5^{\frac{3}{3}} = 5$$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba $a = \left(\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}\right)^2$ jest równa

A) 2

B) 5

C) 8

D) 14

$$(a-b)^2$$

$$\frac{ra+rb}{ra \cdot rb} = \frac{r(a+b)}{r \cdot ab} = \frac{a+b}{ab}$$

$$4+4-2 \cdot \sqrt{4+\sqrt{7}} \cdot \sqrt{4-\sqrt{7}} + 4-4 = 8-2 \cdot \sqrt{(4+\sqrt{7})(4-\sqrt{7})} = 8-2 \cdot \sqrt{16-7} = 8-2 \cdot 3 = 2$$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Cenę x pewnego towaru obniżono o 36% i otrzymano cenę y . Aby przywrócić cenę x , nową cenę y należy podnieść o

A) o 64%

B) o 60%

C) o 36%

D) o 56,25%

$$y = 0,64x$$

$$m + 9\%m = n$$

$$0,64x + 9\% \cdot 0,64x = x \quad | :x > 0$$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Liczba $|\log_3 26^2 - 2\pi|$ jest równaA) $\log_3 26^2 - 2\pi$ B) $\log_3 26^2 + 2\pi$ C) $-\log_3 26^2 - 2\pi$ D) $-\log_3 26^2 + 2\pi$

$$= 2 \cdot \log_3 26 - 2\pi \approx 2(2,9 - 3,14) < 0$$

$$9\% \cdot 0,64 = 0,0576$$

$$9\% = \frac{9}{100} \cdot 100\%$$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Liczba przeciwna do podwojonej odwrotności liczby a jest równaA) $-2a$ B) $-\frac{1}{2a}$ C) $-\frac{a}{2}$ D) $-\frac{2}{a}$

$$\log_3 26 < \log_3 27 = 3$$

ZADANIE 7 (1 PKT)

Funkcja $f(x) = (m^2 - m)x + 5$ jest funkcją stałą. Wynika stąd, żeA) $m = 1$ B) $m = 0$ C) $m = 1$ lub $m = 0$ D) $m = -1$ lub $m = 0$

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt[n]{a}}} = \sqrt[n]{\frac{1}{a}} = \frac{\sqrt[n]{1}}{\sqrt[n]{a}} = \boxed{\frac{1}{\sqrt[n]{a}}}$$

$$M + p\% M = W \quad \text{produ. o } \underline{p\%}$$

$$W - q\% W = m \quad \text{ob. o } q\%$$

$$x - 36\% x = x - 0,36x = \underline{0,64x = y}$$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Liczba przeciwna do podwójnej odwrotności liczby a jest równa

A) $-2a$

B) $-\frac{1}{2a}$

C) $-\frac{a}{2}$

D) $-\frac{2}{a}$

$$a \rightarrow \frac{1}{a} \rightarrow 2 \cdot \frac{1}{a}$$

$$-\frac{1}{2} \leftarrow \frac{1}{a}$$

ZADANIE 7 (1 PKT)

Funkcja $f(x) = (m^2 - m)x + 5$ jest funkcją stałą. Wynika stąd, że

A) $m = 1$

B) $m = 0$

C) $m = 1$ lub $m = 0$

D) $m = -1$ lub $m = 0$

ZADANIE 8 (1 PKT)

Liczba $\sqrt[3]{0,0125} + \sqrt[3]{0,0027}$ jest równa

A) $0,8\sqrt[3]{10}$

B) $0,8$

C) $0,8\sqrt[3]{0,1}$

D) $0,08$

ZADANIE 9 (1 PKT)

Zbiorem rozwiązań nierówności $-2x^2 < 6x$ jest

A) $(-\infty, -3)$

B) $(-3, +\infty)$

C) $(-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$

D) $(-3, 0)$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Równanie $4x^3 - 9x = 4x(x + \frac{3}{2})^2$ w zbiorze liczb rzeczywistych

A) nie ma rozwiązań.

B) ma dokładnie jedno rozwiązanie.

C) ma dokładnie dwa rozwiązania.

D) ma dokładnie trzy rozwiązania.

$$x(4x^2 - 9) - 4x(x + \frac{3}{2})^2 = 0$$

$$x[4x^2 - 9 - 4(x^2 + 3x + \frac{9}{4})] = 0$$

$$x[4x^2 - 9 - 4x^2 - 12x - 9] = 0$$

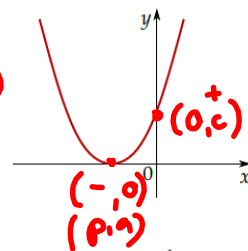
$$x(-12x - 18) = 0$$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Na rysunku poniżej przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$.

$$f(0) = c > 0$$

$$p = \frac{-b}{2a} < 0$$



$$a > 0 \cup$$

$$c > 0$$

$$\frac{-b}{2a} < 0$$

$$-b < 0$$

$$b > 0$$

Stąd wynika, że:

A) $\begin{cases} a < 0 \\ c < 0 \end{cases}$

B) $\begin{cases} a < 0 \\ c > 0 \end{cases}$

C) $\begin{cases} a > 0 \\ c < 0 \end{cases}$

D) $\begin{cases} a > 0 \\ c > 0 \end{cases}$

ZADANIE 12 (1 PKT)

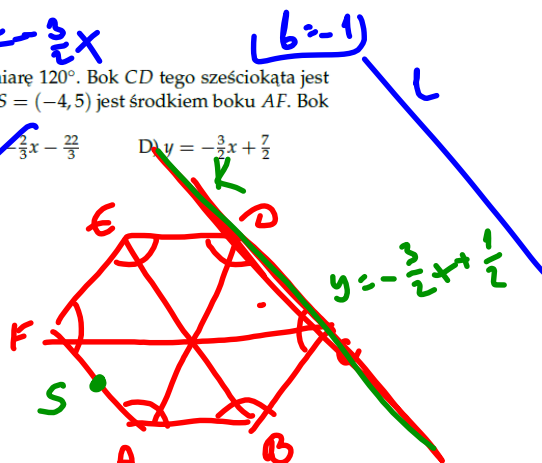
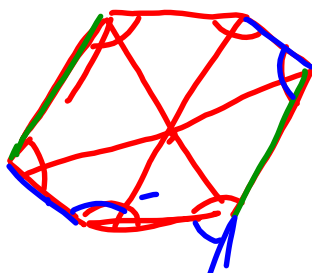
Każdy kąt wewnętrzny sześciokąta $ABCDEF$ ma miarę 120° . Bok CD tego sześciokąta jest zawarty w prostej o równaniu $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$, a punkt $S = (-4, 5)$ jest środkiem boku AF . Bok AF jest zawarty w prostej o równaniu

A) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$

B) $y = -\frac{3}{2}x - 1$

C) $y = -\frac{2}{3}x - \frac{22}{3}$

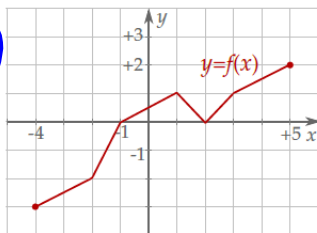
D) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$



ZADANIE 13 (1 PKT)

Dziedzina funkcji f jest przedział $(-4, 5)$. Poniżej zamieszczono wykres tej funkcji.

$$\frac{f(1) > f(2)}{1 > 2}$$



$$1 < 2 \Rightarrow f(1) > f(2)$$

$$x \in (-4, 1) \Rightarrow f \uparrow$$

$$x \in (2, 5) \Rightarrow f \uparrow$$

W którym ze zbiorów funkcja f jest rosnąca?

A) $(-4, 1) \cup (2, 5)$

B) $(-3, 0)$

C) $(1, 5)$

D) $(-4, 5)$

ZADANIE 14 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (2n)^2$ dla $n \geq 1$. Różnica $a_5 - a_4$ jest równa

A) 4

B) 20

C) 36

D) 18

$$a_5 - a_4 = (2 \cdot 5)^2 - (2 \cdot 4)^2 = 100 - 64 = 36$$

ZADANIE 15 (1 PKT)

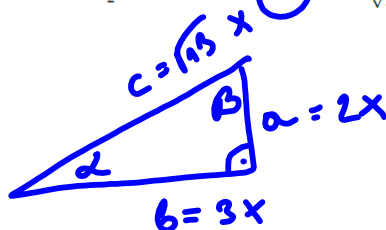
Kąt α jest kątem ostrym takim, że $\tan \alpha = \frac{2}{3}$. Zatem

A) $\sin \alpha = \frac{1}{13}$ i $\cos \alpha = \frac{1}{2}$

B) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{13}}{2}$ i $\cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{3}$

C) $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{13}}{4}$ i $\cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{2}$

D) $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$ i $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$



ZADANIE 16 (1 PKT)

Dla figury ograniczonej prostymi $y = -2x + 4$, $y = 0$ i $y = -2$ jest równa

A) 5

B) 10

C) 7

D) 4

$$y = 0 \Rightarrow 0 = -2x + 4 \Rightarrow x = 2 \quad (2, 0)$$

$$y = -2 \Rightarrow -2 = -2x + 4 \Rightarrow x = 3 \quad (3, -2)$$

ZADANIE 17 (1 PKT)

W rozwinięciu dziesiętnym ułamka $\frac{2}{7}$ na czterdziestym miejscu po przecinku stoi cyfra

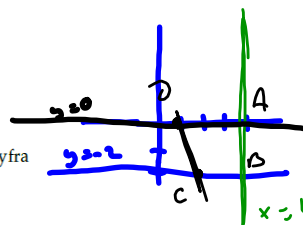
A) 7

B) 1

C) 2

D) 4

$$AD = 3 \quad CD = 2 \quad h = 2 \quad p = \frac{2}{2} \cdot 2 = 5$$



ZADANIE 18 (1 PKT)

Punkt $A = (4, -10)$ oraz jego rzuty prostokątne na osie układu współrzędnych są wierzchołkami trójkąta prostokątnego. Prosta zawierająca przeciwprostokątną tego trójkąta jest określona równaniem

A) $y = \frac{5}{2}x - 10$

B) $y = \frac{2}{5}x + 4$

C) $y = \frac{2}{5}x - 10$

D) $y = \frac{5}{2}x + 4$

ZADANIE 19 (1 PKT)

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, są dane dwa wyrazy: $a_1 = 5$ i $a_2 = 2$. Stąd wynika, że n -ty wyraz tego ciągu jest określony wzorem

A) $a_n = 2 - 3n$

B) $a_n = -1 + 6n$

C) $a_n = 8 - 3n$

D) $a_n = 2 + 3n$

$$r = -3$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r = 5 + (n-1) \cdot (-3)$$

ZADANIE 20 (1 PKT)

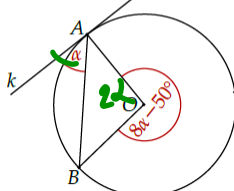
Okrąg o środku O jest styczny do prostej k w punkcie A . Miara kąta α zaznaczonego na rysunku wynosi:

A) 31°

B) 41°

C) 51°

D) 61°



TABLICE STR 14

$$360 = 22 + 82 - 50$$

$$410 = 102$$

$$\alpha = 41$$

$$\frac{2}{7} = 0,285714285 \dots$$

$$40 \text{ mg} = 6 \cdot 6 + 4$$

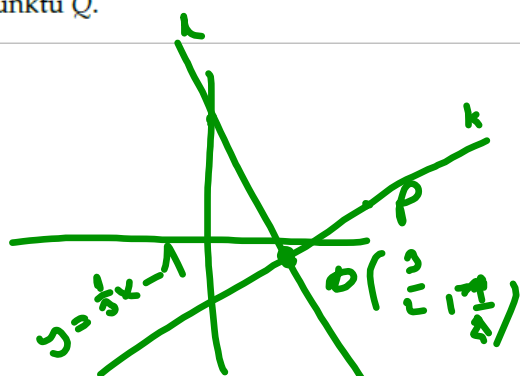
↓

$$17 = 5 \cdot 3 + 2$$

$$\underline{100 = 3 \cdot 33 + 1}$$

ZADANIE 35 (5 pkt)

Prosta o równaniu $y = -3x + 4$ jest symetralną odcinka PQ , gdzie $P = (6, 1)$. Oblicz współrzędne punktu Q .



$$D = \text{św}(P, l) =$$

$$\begin{cases} y = -3x + 4 \\ b = \frac{1}{3}x - 1 \end{cases}$$

$$-\frac{10}{3}x = -5$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}$$

$$k \perp l \Rightarrow$$

$$k: y = \frac{1}{3}x + b$$

$$1 = \frac{1}{3} \cdot 6 + b$$

$$1 = 2 + b$$

$$\underline{b = -1}$$

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3}{2}$$

$$-\frac{1}{2} = y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$x_1 \quad y_1$$

pierwiastki potęgi, dowody, geometria,