

Zadanie 40

Na boku BC trójkąta ABC wybrano punkt D tak, by $|\angle CAD| = |\angle ABC|$. Odcinek AE jest dwusieczną kąta DAB . Udowodnij, że $|CE| = |AC|$.

$T: |CE| = |AC|$

D: Wystarczy pokazać, że
 $\angle CAE = \angle AEC$

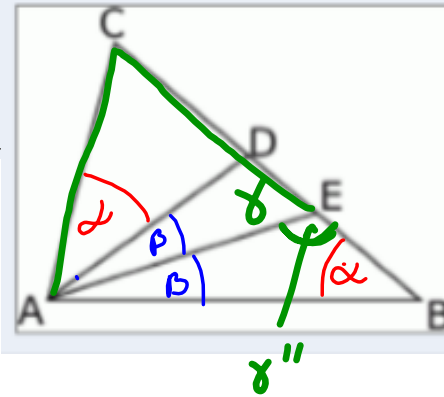
?

$$\gamma = \alpha + \beta$$

Wiemy, że $\angle AEB = 180^\circ - \gamma$ (bo k. pł.)

$\angle AED = 180^\circ - (\alpha + \beta)$ (bo $\angle AEB$)

$\alpha + \beta = \gamma$ c.m.d.



Zadanie 36

W trójkącie ABC punkt S jest środkiem okręgu wpisanego, a punkty KLM są punktami styczności okręgu wpisanego w trójkąt z bokami BC, CA i AB odpowiednio.

- Uzasadnij, że na czworokącie $AMSL$ można opisać okrąg.
- Wiedząc, że $|\angle CAB| = 38^\circ$ oraz $|\angle ABC| = 58^\circ$ oblicz miary kątów trójkąta KLM .

Zadanie 37

W trójkącie ABC , o bokach długości a, b, c , połączono odcinkiem wierzchołek A z punktem E na boku BC takim, że $BE = p$ i $EC = q$. Uzasadnij, że jeżeli $d = AE$, to $a(d^2 + pq) = b^2p + c^2q$ (twierdzenie Stewarta).

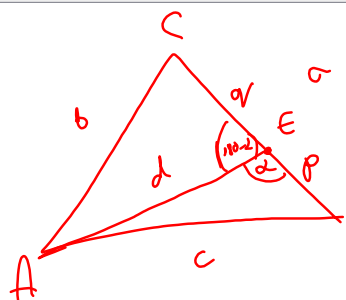
Zadanie 38

Wykaż, że jeśli α i β są kątami trójkąta oraz $\frac{\sin \alpha}{\cos \beta} = \frac{\sin \beta}{\cos \alpha}$ to trójkąt ten jest równoramienny lub prostokątny.

Zadanie 39

Punkt S jest punktem przecięcia się wysokości trójkąta ostrokątnego ABC . Wykaż, że jeżeli $|CS| = |AB|$ to $|\angle ACB| = 45^\circ$.

W trójkącie ABC , o bokach długości a, b, c , połączono odcinkiem wierzchołek A z punktem E na boku BC takim, że $BE = p$ i $EC = q$. Uzasadnij, że jeżeli $d = AE$, to $a(d^2 + pq) = b^2p + c^2q$ (twierdzenie Stewarta).



$$a(d^2 + pq) = b^2p + c^2q$$

$$\cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$a = p + q$$

$$\begin{aligned} \triangle ABE &\Rightarrow \begin{cases} c^2 = d^2 + p^2 - 2dp \cos \alpha & | \cdot q \\ b^2 = d^2 + q^2 + 2dq \cos \alpha & | \cdot p \end{cases} \\ \triangle AEC &\Rightarrow \end{aligned}$$

$$q \cdot c^2 = d^2q + p^2q - 2dpq \cos \alpha$$

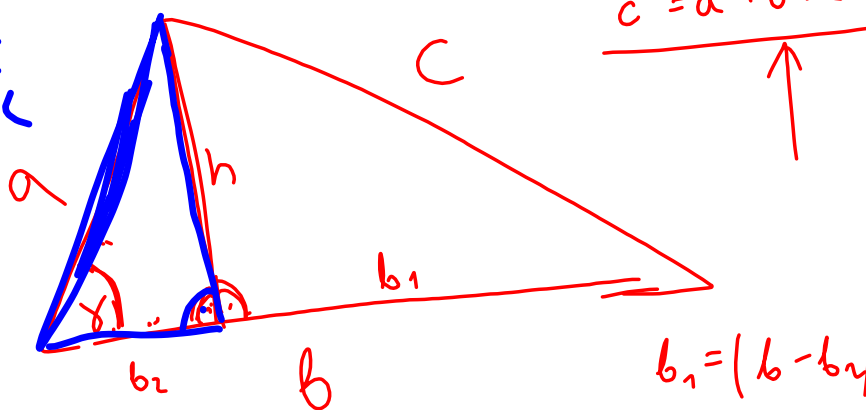
trójkącie ABC , o bokach długości a, b, c , połączono odcinkiem wierzchołek A z punktem E na boku BC takim, że $BE = p$ i $EC = q$. Uzasadnij, że jeżeli $d = AE$, to $a(d^2 + pq) = b^2p + c^2q$ (twierdzenie Stewarta).

$$qc^2 + pb^2 = d^2(p+q) + p^2q + q^2p$$

$$b^2p + c^2q = a(d^2 + pq)$$

$$\cos \alpha = \frac{b_2}{a}$$

$$b_2 = a \cos \alpha$$



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$$

$$c^2 = h^2 + b_1^2 = h^2 + (b - b_2)^2 = h^2 + b^2 - 2bb_2 + b_2^2 =$$

$$\underline{a^2 + b^2 - 2bb_2} = \underline{a^2 + b^2 - 2a \cos \alpha b}$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$(-8, +\infty) = \text{ZU}$$

$$a > 0$$

$$\boxed{-8 = q}$$

$$-\frac{\Delta}{4a} = -8$$

$$\boxed{\Delta = 32a} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1,5 \\ x_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7,5 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$abc = ?$$

$$\begin{cases} 5 = a \cdot 25 + 5b + c \\ 5 = a \cdot 49 + 7b + c \\ 14 - 4a = 32a \end{cases}$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$(-8, +\infty) = \text{ZU}$$

$$\begin{pmatrix} 1,5 \\ x_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7,5 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$abc = ?$$



$$U(4, -8)$$

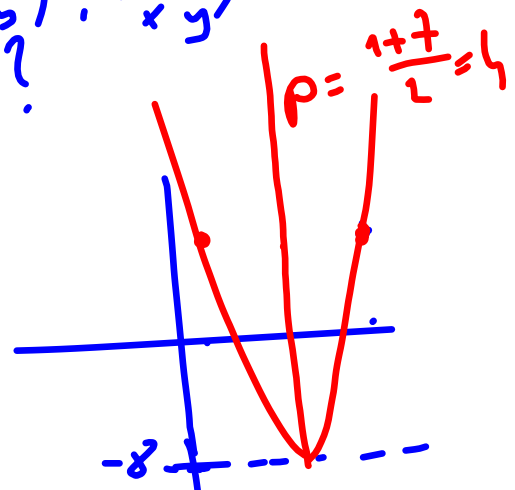
$$y = a(x-4)^2 - 8$$

$$5 = a(1-4)^2 - 8$$

$$5 = \frac{13}{9}(x-4)^2 - 8$$

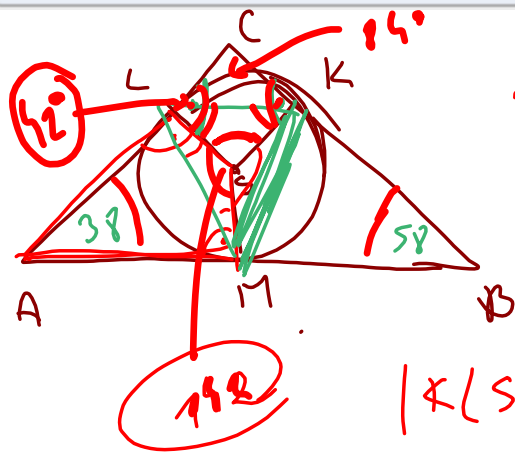
$$(x^2 - 8x + 16) - 8 \quad 13 = 9a$$

$$a = \frac{13}{9}$$



W trójkącie ABC punkt S jest środkiem okręgu wpisanego, a punkty KLM są punktami styczności okręgu wpisanego w trójkąt z bokami BC, CA i AB odpowiednio.

- a. Uzasadnij, że na czworokącie $ASML$ można opisać okrąg.
b. Wiedząc, że $|\angle CAB| = 38^\circ$ oraz $|\angle ABC| = 58^\circ$ oblicz miary kątów trójkąta KLM .



$$\text{D: } |\angle ASL| + |\angle ALS| = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\angle LSK = 96^\circ$$

$$|\angle SLK| \quad |\angle KLM|$$

TE 24

Wykaż, że jeśli α i β są kątami trójkąta oraz $\frac{\sin \alpha}{\cos \beta} = \frac{\sin \beta}{\cos \alpha}$ to trójkąt ten jest równoramienny lub prostokątny.

$$\text{Z: } \alpha, \beta \in (0, 180^\circ) \quad \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} = \frac{\sin \beta}{\cos \alpha}$$

$$\text{T: } \underline{\alpha = \beta} \vee \alpha = \gamma \vee \beta = \gamma$$

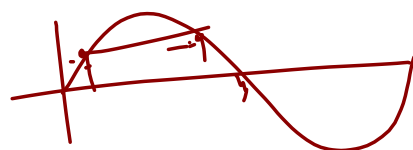
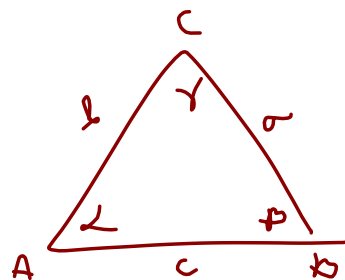
D^a

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin \beta \cdot \cos \beta \quad | : 2$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \sin \beta \cos \beta$$

$$\underline{\sin 2\alpha = \sin 2\beta}$$

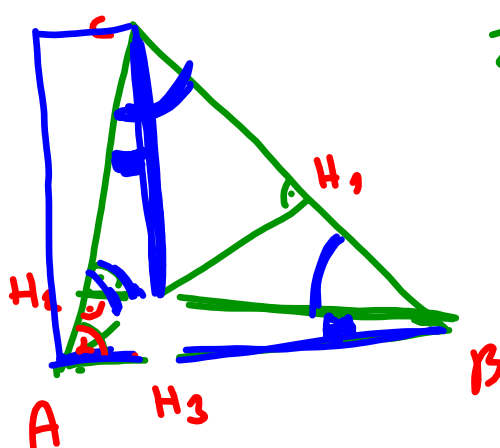
$$\underline{\alpha = \beta} \quad \text{l. d.}$$



$$\frac{\sin \alpha}{\cos \beta} = \frac{\sin \beta}{\cos \alpha} \quad | \quad ()^2$$

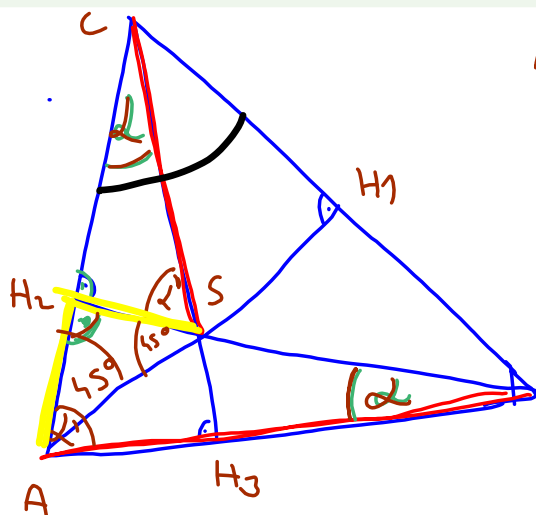
$$\cancel{\sin^2 \alpha} \cdot \cos^2 \alpha = \cancel{\sin^2 \beta} \cdot \cos^2 \beta$$

Punkt S jest punktem przecięcia się wysokości trójkąta ostrokątnego ABC . Wykaż, że jeżeli $|CS| = |AB|$ to $|\angle ACB| = 45^\circ$.



2: $CS = AB$
 7: $\angle ACB = 45^\circ$

Punkt S jest punktem przecięcia się wysokości trójkąta ostrokątnego ABC . Wykaż, że jeżeli $|CS| = |AB|$ to $|\angle ACB| = 45^\circ$.



$$\triangle ABH_2 \equiv \triangle SCH_2 \text{ (KBK)}$$

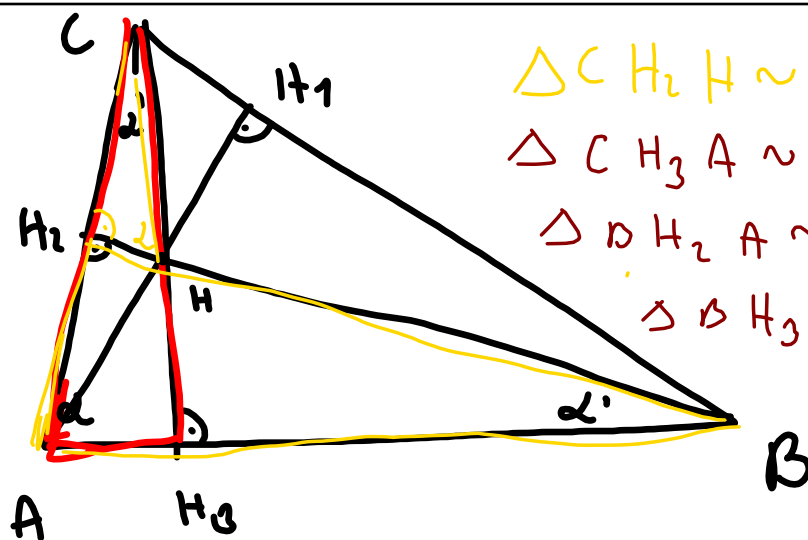
$\Downarrow$

$$AH_2 = SH_2$$

$$\triangle AH_2S \text{ (45; 45; 90)}$$

$$\angle DAH_1C \Rightarrow$$

$$\angle ACH_1 = 45^\circ$$



$$\triangle CH_2H \sim$$

$$\triangle CH_3A \sim$$

$$\triangle BH_2A \sim$$

$$\triangle BH_3A$$

