

TU. Delatete
 $(x-a) \mid W(x) \Leftrightarrow W(a) = 0$ TU 8

$\Downarrow$
 $W(x) = Q(x) \cdot (x-a)$
 $n(a) \geq 0$

TU.
 $W(a) = \text{reszta z dzielenia } W(x) \text{ przez } (x-a)$

17, 5, $\Rightarrow \sqrt{3, 2}$: $17 = 5 \cdot 3 + 2$
 reszta z dzielenia

$W(x), P(x)$ istnieją $Q(x), R(x)$:
 $W(x) = P(x) \cdot Q(x) + R(x)$ $\text{st}(R(x)) < \text{st}(P(x))$
 17 5 3 2

$W(x) : (x-a)$ i tu o modułach $\Rightarrow \text{st}(a \cdot x^n) = n$

$W(x) = (x-a) \cdot Q(x) + R(x)$

$\text{st}(R(x)) < \text{st}(x-a) = 1$
 $W(x) = (x-a) \cdot Q(x) + r$
 $W(a) = (a-a) \cdot Q(a) + r = 0 \cdot Q(a) + r = r$
 $W(a) = r$

5.73. W wyniku podzielenia wielomianu $W(x)$ przez wielomian $P(x) = (x-3)(2x+5)$ otrzymano iloraz $Q(x) = x^3 - 2$ i resztę $R(x) = 3x - 1$. Wyznacz wielomian $W(x)$.

$$W(x) = P(x) \cdot Q(x) + R(x) = (x-3)(2x+5) \cdot (x^3-2) + 3x-1$$

$$\text{st}(W(x)) = 5$$

5.76. Wielomian $W(x)$ przy dzieleniu przez $(x-4)$ daje resztę 7 a przy dzieleniu przez $(x-2)$ daje resztę 3. Wyznacz resztę z dzielenia tego wielomianu przez wielomian $P(x) = (x-4)(x-2)$.

$W(x) = (x-4) \cdot Q_1(x) + 7$
 $W(4) = 7$
 $W(x) = (x-2) \cdot Q_2(x) + 3$
 $W(2) = 3$

$W(x) = (x-4)(x-2) \cdot Q_3(x) + R(x)$
 $\text{st}(R(x)) < \text{st}(P(x)) = 2$
 $R(x) = ax + b$

$7 = W(4) = (4-4)(4-2) \cdot Q_3(4) + 4a + b$
 $3 = W(2) = (2-4)(2-2) \cdot Q_3(2) + 2a + b$

$\begin{cases} 4a + b = 7 \\ 2a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a = 4 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow b = -1$

$R(x) = 2x - 1$

5.74. Wyznacz W(x) przy dzieleniu przez dwumian $(x-3)(x-2)$ daje resztę 15 a przy dzieleniu przez $(x-1)$ daje resztę 8. Wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez wielomian $P(x) = (x-3)(x-2)(x-1)$.

$W(x) = (x-3)(x-2)Q(x) + R(x)$
 $W(3) = 15$
 $W(2) = 8$
 $W(1) = 0$

$W(x) = (x-3)(x-2)(x-1)Q_1(x) + R(x)$
 $\text{st}(R(x)) < \text{st}(P(x)) = 3$
 $R(x) = ax^2 + bx + c$

$15 = W(3) = (3-3)(3-2)(3-1)Q_1(3) + 9a + 3b + c$
 $8 = W(2) = (2-3)(2-2)(2-1)Q_1(2) + 4a + 2b + c$
 $0 = W(1) = (1-3)(1-2)(1-1)Q_1(1) + a + b + c$

$\begin{cases} 9a + 3b + c = 15 \\ 4a + 2b + c = 8 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8a + b = 15 \\ 3a = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{8}{3} \\ b = 15 - 8 \cdot \frac{8}{3} = 15 - \frac{64}{3} = -\frac{29}{3} \end{cases}$

$c = -a - b = -\frac{8}{3} + \frac{29}{3} = \frac{21}{3} = 7$

$R(x) = \frac{8}{3}x^2 - \frac{29}{3}x + 7$

b) $W(x) = 5x^3 - 4x^2 - 5x + 4 = x^2(5x-4) - 1(5x-4) = (5x-4)(x^2-1) = 5(x-\frac{4}{5})(x-1)(x+1)$ $S = a_3 \cdot 0$

postać iloczynowa wiel. 3 $x = 1000$

b) $W(x) = 5x^3 - 4x^2 - 5x + 4 > 0 \Leftrightarrow x \in (-1, \frac{4}{5}) \cup (1, +\infty)$