

**5.66.** Rozwiąż równania, stosując podstawienie  $t = x^3$ :

a)  $x^6 - 26x^3 - 27 = 0$   
 b)  $8x^6 - 7x^3 - 1 = 0$   
 c)  $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$   
 d)  $x^6 - 124x^3 - 125 = 0$

$x^6 - 124x^3 - 125 = 0$   
 $(x^3)^2 - 124x^3 - 125 = 0$   
 $x^3 = t$   $t \in \mathbb{R}$   
 $x^6 = t^2$   
 $t^2 - 124t - 125 = 0$   
 $(t - 125)(t + 1) = 0$   
 $t_1 = 125 \sim t_2 = -1$   
 $x_1^3 = 125 \quad x_2^3 = -1$   
 $x_1 = 5 \vee x_2 = -1$  odp.

**5.67.** Rozwiąż równania, stosując podstawienie  $t = x^4$ :

a)  $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$   
 b)  $x^8 + x^4 - 2 = 0$   
 c)  $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$   
 d)  $x^8 + 8x^4 + 15 = 0$

$x^8 - 15x^4 - 16 = 0$   
 $t = x^4$   $t \geq 0$   
 $t^2 - 15t - 16 = 0$   
 $\Delta = 289$   
 $t_1 = \frac{15-17}{2} = -1 < 0$   
 $t_2 = \frac{15+17}{2} = 16$   
 $x^4 = 16$   
 $x_1 = 2 \vee x_2 = -2$

**5.67.** Rozwiąż równania, stosując podstawienie  $t = x^4$ :

a)  $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$   
 b)  $x^8 + x^4 - 2 = 0$   
 c)  $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$   
 d)  $x^8 + 8x^4 + 15 = 0$

$x^8 - 15x^4 - 16 = 0$   
 $(x^4 + 3)(x^4 - 16) = 0$   
 $x^4 + 3 = 0$  odp.  $x \in \emptyset$   
 $x^4 - 16 = 0$   
 $(x^2 + 4)(x^2 - 4) = 0$   
 $(x^2 + 4)(x - 2)(x + 2) = 0$   
 $x = 2 \vee x = -2$

c)  $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$   $(a^3 - b^3)$   
 $(x^3 - 8)(x^3 + 1) = 0$   $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$   
 $(x^3 - 2^3)(x^3 + 1^3) = 0$   $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$   
 $(x-2)(x^2 + 2x + 4)(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$   
 $x = 2 \vee x = -1$

c)  $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$   
 $(x^3 - 8)(x^3 + 1) = 0$   
 $x^3 - 8 = 0 \vee x^3 + 1 = 0$   
 $x^3 = 8 \vee x^3 = -1$   
 $x = 2 \vee x = -1$

**5.71.** Dany jest wielomian  $W(x) = x^3 + (2a^3 - 6a^2)x^2 + 9a - 28$ , którego suma współczynników wynosi zero.

a) Wyznacz  $a$ .  
 b) Dla znalezionej wartości  $a$ , rozwiąż równanie  $W(x) = 0$ .

Suma współczynników wielomianu równa się 0 wtedy i tylko wtedy, gdy 1 jest pierwiastkiem wielomianu (jego miejscem zerowym).

$W(1) = 1 + (2a^3 - 6a^2) + 9a - 28 = 0$   
 $2a^3 - 6a^2 + 9a - 27 = 0$   
 $2a^2(a - 3) + 9(a - 3) = 0$   
 $(a - 3)(2a^2 + 9) = 0$   
 $a = 3$

**5.66.** Rozwiąż równania, stosując podstawienie  $t = x^3$ :

a)  $x^6 - 26x^3 - 27 = 0$   
 b)  $8x^6 - 7x^3 - 1 = 0$   
 c)  $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$   
 d)  $x^6 - 124x^3 - 125 = 0$

$x^6 - 26x^3 - 27 = 0$   
 $(x^3)^2 - 26x^3 - 27 = 0$   
 $x^3 = t$   
 $t^2 - 26t - 27 = 0$   
 $(t - 27)(t + 1) = 0$   
 $t_1 = 27 \sim t_2 = -1$   
 $x_1^3 = 27 \quad x_2^3 = -1$   
 $x_1 = 3 \vee x_2 = -1$