20. Równanie $4x^3 - 10x^2 = 8x - a$ ma rozwiązanie równe $\sqrt{2}$. Iloczyn pozostałych rozwiązań tego równania wynosi:

A. $-\frac{5\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ C. $10\sqrt{2}$ D. $5\sqrt{2}$.

$\sqrt{2} = x$

x - ang. method

a - param

$4\sqrt{2} - 20 = 8\sqrt{2} - a$

$a = 20$

$4x^3 - 10x^2 - 8x + 20 = 0$

$2x^2(2x-5) - 4(2x-5) = 0$

$2(2x-5)(x^2-2) = 0$

$4(x-\frac{5}{2})(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) = 0$

$\frac{5}{2}$ $\sqrt{2}$ $-\sqrt{2}$

$-\frac{5}{2}\cdot\sqrt{2} = -\frac{5\sqrt{2}}{2}$

5.88. Suma sześcianu pewnej liczby i potrojonej tej liczby jest równa podwojonemu kwadratowi szukanej liczby powiększonemu o 6. Wyznacz szukaną liczbę.

x - szukana liczba

$x^3 + 3x = 2x^2 + 6$

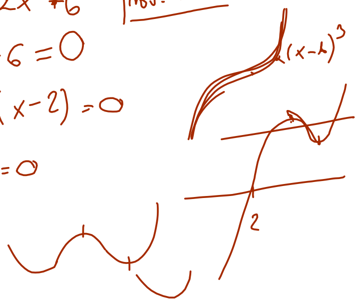
równ. st 3

$x^3 + 3x - 2x^2 - 6 = 0$

$x^2(x-2) + 3(x-2) = 0$

$(x-2)(x^2+3) = 0$

$x = 2$ $\emptyset$



5.85. Dany jest wielomian $W(x) = -2x^3 + kx^2 + 4x - 8$, o którym wiadomo, że $W(-1) = -6$. Oblicz wartość k, a następnie rozwiąż równanie $W(x) + 8 = 0$.

$W(-1) = -2(-1)^3 + k(-1)^2 + 4(-1) - 8 = -6$

$\boxed{k = 4}$

$W(x) + 8 = 0$

$-2x^3 + 4x^2 + 4x - 8 + 8 = 0$

$-2x(x^2 - 2x - 2) = 0$

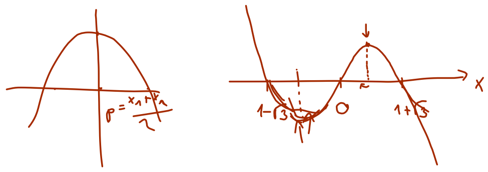
$\Delta = 12$ $\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{3}$

$x_1 = \frac{2-2\sqrt{3}}{2} = 1 - \sqrt{3}$

$x_2 = 1 + \sqrt{3}$

$-2x(x-1+\sqrt{3})(x-1-\sqrt{3}) = 0$

odp: $x \in \{0;\ 1+\sqrt{3};\ 1-\sqrt{3}\}$



5.83. Wyznacz wartość a tak, aby liczba 2 była pierwiastkiem wielomianu $W(x) = x^4 - (a+4)x^3 + 4x^2 + a$, a następnie rozłóż wielomian na czynniki pierwszego stopnia.

zad. 5.83

$W(2) = 0$

$W(x) = x^4 - (a+4)x^3 + 4x^2 + a$

$2^4 - (a+4)\cdot 2^3 + 4\cdot 2^2 + a = 0$

$16 - 8(a+4) + 16 + a = 0$

$16 - 8a - 32 + 16 + a = 0$

$-7a = 0$

$a = 0$

$W(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$

$W(x) = x^2(x^2 - 4x + 4)$

$W(x) = x^2(x-2)^2$

$\rightarrow W(x) = x\cdot x\cdot(x-2)(x-2)$

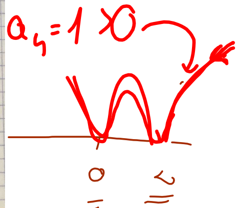
0 0 2 2

$W(0) = 0 \cdot\cdot = 0$

$W(2) = 0$

0 2

$a_4 = 1 > 0$



$W(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \{0, 2\}$

$W(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$