

662. Ciąg (a_n) jest arytmetyczny. P_m oznacza sumę m początkowych wyrazów o parzystych numerach tego ciągu. Znajdź wzór na n -ty wyraz ciągu (a_n) , jeśli $P_m = 2m^2 - 3m$.

$$P_1 = a_2 \quad (m=1)$$

$$P_3 = a_2 + a_4 + a_6$$

$$P_2 = a_2 + a_4$$

$$P_{10} = a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{20}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$P_m = a_2 + a_4 + \dots + a_{2m}$$

$$a_1, r$$

$$P_m = \underbrace{a_1 + r}_{\cdot} + \underbrace{a_1 + 3r}_{\cdot} + \underbrace{a_1 + 5r}_{\cdot} + \dots + \underbrace{a_1 + (2m-1)r}_{\cdot}$$

$$P_m = \underbrace{m \cdot a_1}_{\cdot} + \underbrace{r + 3r + 5r + \dots + (2m-1)r}_{\cdot}$$

$$S_m = \frac{r + (2m-1)r}{2} \cdot m = \frac{2mr}{2} \cdot m = m^2 r$$

$$P_m = m^2 r + m a_1$$

$$\left. \begin{array}{l} P_m = m^2 r + m a_1 \\ P_m = 2m^2 - 3m \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a_1 = -3 \\ r = 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a_m &= -3 + (m-1) \cdot 2 \\ a_m &= -5 + 2m \end{aligned}$$

662. Ciąg (a_n) jest arytmetyczny. P_m oznacza sumę m początkowych wyrazów o parzystych numerach tego ciągu. Znajdź wzór na n -ty wyraz ciągu (a_n) , jeśli $P_m = 2m^2 - 3m$.

$$S_m = a_m - a_{m-1}$$

$$b_m = P_m - P_{m-1}$$

$$\begin{aligned} b_m &= 2m^2 - 3m - (2(m-1)^2 - 3(m-1)) = \\ &= 2m^2 - 3m - 2m^2 + 4m - 2 + 3m - 3 = 4m - 5 \end{aligned}$$

$$b_m = 4m - 5 \quad m - \text{mniejszy punkt}$$

$$a_{\frac{n}{2}} = b_{\frac{n}{2}} = 4 \cdot \frac{n}{2} - 5 = 2n - 5 \quad \left(m = \frac{n}{2} \right)$$

$$a_n = 2n - 5$$

$$b_1 = 4 - 5 = -1 = a_2 \quad n=2$$

$$b_2 = 3 = a_4 \quad a_1 = -3$$

$$b_1 = a_1$$

$$b_2 = a_4$$

$$b_m = 4m - 5$$

$$b_1 = -1 = a_1$$

$$b_2 = 3 = a_4 = a_1 + 2n$$

$$a_4 = a_1 + 2n$$

$$3 = -1 + 2n$$

$$n = 2$$

$$a_2 = a_1 + n$$

$$-1 = a_1 + 2$$

$$a_1 = -3$$

$$a_m = -3 + (m-1)2 = -3 + 2m - 2 = -5 + 2m$$

$$a_2 = -5 + 4 = -1 = b_1$$

663.* Wyznacz najmniejszą wartość parametru m , dla której istnieje takie x , że liczby $5^{1+x} + 5^{1-x}$, $\frac{m}{2}$, $25^x + 25^{-x}$ tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny.

$a_1 \quad a_2 \quad a_3$

$$2 \cdot \frac{m}{2} = 5^{1+x} + 5^{1-x} + 5^x + 5^{-x}$$

$$m = \underbrace{5^{2x} + 5 \cdot 5^x + 5 \cdot \frac{4}{5^x} + \frac{4}{5^{1-x}}}_{(5^x)^2} = 5 \left(5^x + \frac{1}{5^x} \right) + \left(5^x + \frac{1}{5^x} \right)^2$$

NIECH $5^x = t$ $t > 0$

$t = 5^x$

$$m = 5 \left(t + \frac{1}{t} \right) + t^2 + \frac{1}{t^2} =$$

$$m = 5 \left(t + \frac{1}{t} \right) + \left(t + \frac{1}{t} \right)^2 - 2$$

NIECH $u = t + \frac{1}{t}$ $u \geq 2$

$$m = 5u + u^2 - 2$$

$u \in (2, +\infty)$

$m = u^2 + 5u - 2$

$p = -\frac{1}{2m} = -\frac{2}{u^2 + 5u - 2}$

$q = (m, 12)$

$u^2 + 5u - 2 = (u + 1,5)^2 - 1,25$

$m > 1,25$

$u = 2 \Rightarrow p(u) = 12$

$$TW: z: t > 0$$

$$T: t + \frac{1}{t} \geq 2, \quad i \quad t + \frac{1}{t} = 2 \Leftrightarrow t = 1$$

$$D: T \Leftrightarrow t + \frac{1}{t} \geq 2 \Leftrightarrow t + \frac{1}{t} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{t^2 + 1 - 2t}{t} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(t-1)^2}{t} \geq 0 \quad \begin{array}{l} \text{prawda} \wedge t > 0 \\ \Downarrow \\ \text{TEZA} \\ \text{c.m.d.} \end{array}$$

$$(t-1)^2 \geq 0 \quad \wedge_{t \in \mathbb{R}} \quad t > 0 \text{ bo wt}$$

$$TW z: t < 0$$

$$T: t + \frac{1}{t} \leq -2 \quad \wedge \quad t + \frac{1}{t} = -2 \Leftrightarrow t = -1$$

$$D: T \Leftrightarrow \frac{t^2 + 1 + 2t}{t} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(t+1)^2}{t} \leq 0 \quad \begin{array}{l} \text{nie} \wedge t < 0 \\ \Downarrow \\ \text{TEZA} \text{ jest fałszywa} \end{array}$$

$$a + \frac{1}{a} \geq 2$$

$$a + \frac{1}{a} \leq -2$$

$$-5 + \frac{1}{-5} \leq -2$$

$$-\frac{9}{10} + -\frac{10}{9} \leq -2$$

665.* R Każda z liczb k, m, n, x jest dodatnia i różna od 1, zaś liczby $\log_a x, \log_a m, \log_a n$ są kolejnymi wyrazami

$f(x)$
 $y = x$ $y = x^2$ $y = x^3$
 $y = \frac{1}{x}$ $y = \sqrt{x}$
 $y = a^x$ / $y = 2^x$
 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
 $y = \log_a x$
 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
 $y = \log_2 x$
 $y = |x|$
 $y = \sqrt{x}$
 $x_1, x_2 > 0$
 $f(x_1) = f(x_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2$
 $f(x_1) < f(x_2) \Leftrightarrow x_1 < x_2$
 $\sqrt{x+y} = \sqrt{5x+2}$
 $\Downarrow R.$
 $x+y = 5x+2$
 $\sqrt{x+y} > \sqrt{5x+2}$
 $\Downarrow + \nearrow$
 $x+y > 5x+2$

(TL)

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$