

2.56. Dany są dwa kąty przeciwległe czworokąta ABCD: $\angle A = 2$, $\angle C = 118$. Wykazać, że przystawie trójkątów prostokątnych utworzonych przez przekątne i boki.

a) Wykazać, że przekątne AC i BD są prostopadłe.

b) Wykazać, że czworokąt ABCD jest rombem.

$E = \frac{1}{2}(AC)$
 $E = \frac{1}{2}(BD)$

$S = \left(\frac{x_a + x_c}{2}, \frac{y_a + y_c}{2} \right) = (x_s, y_s)$
 $\left(\frac{x_a + x_c}{2}, \frac{y_a + y_c}{2} \right) = (1, 3)$

$\begin{cases} 1 = \frac{x_a + x_c}{2} \\ 3 = \frac{y_a + y_c}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_c = -4 \\ y_c = 3 \end{cases}$

$(1, 3) = \left(\frac{x_c - 1}{2}, \frac{y_c - 3}{2} \right)$

$\begin{cases} 1 = \frac{x_c - 1}{2} \\ 3 = \frac{y_c - 3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_c = 3 \\ y_c = 9 \end{cases}$

$\therefore \text{punkt } S$

2) $\vec{AC} \perp \vec{BD}$

$|\vec{AC}| = \sqrt{(x_c - x_a)^2 + (y_c - y_a)^2} = \sqrt{(4 + 1)^2 + (3 - 3)^2} = 5$

$|\vec{BD}| = \sqrt{(x_b - x_d)^2 + (y_b - y_d)^2} = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (3 - 3)^2} = 4$

$|\vec{AC}| \cdot |\vec{BD}| = 20 \Rightarrow \text{romb}$

2.57. Punkty: $A(-1, -2)$, $B(4, -7)$, $C(5, 0)$ są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku ABCD.

a) Oblicz współrzędne wierzchołka D.

b) Wykazać, że równoległobok ABCD jest rombem.

$\vec{BA} = \vec{CD} = [-5, 5]$

$\vec{DA} = [x_a - x_d; y_a - y_d] = [-1 - x_d; -2 - y_d] = [-5, 5]$

$\vec{CB} = [x_b - x_c; y_b - y_c] = [4 - 5; -7 - 0] = [-1, -7]$

$\begin{cases} x_d - 5 = -5 \\ y_d - 2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_d = 0 \\ y_d = 7 \end{cases}$

$|\vec{AB}| = |\vec{DC}|$

$\sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2} = \sqrt{(x_c - x_d)^2 + (y_c - y_d)^2}$

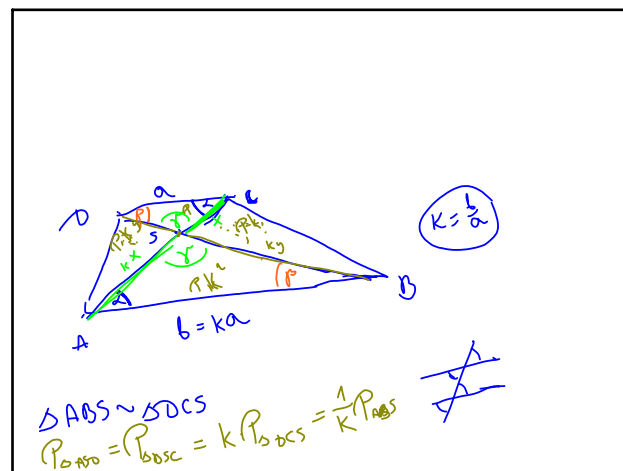
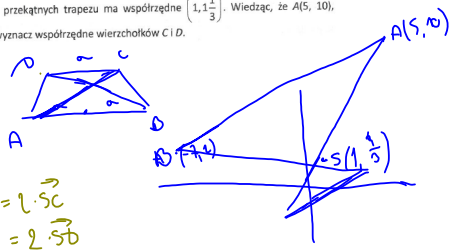
$\sqrt{(-1 - 4)^2 + (-2 + 7)^2} = \sqrt{(5 - 0)^2 + (0 - 7)^2}$

$\sqrt{25 + 25} = \sqrt{25 + 49}$

$5\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

$|\vec{AB}| = |\vec{DC}| \Rightarrow \text{romb}$

2.58. W trapezie ABCD podstawa AB jest dwa razy dłuższa od podstawy CD. Punkt przecięcia przekątnych trapezu ma współrzędne $\left(1, \frac{1}{3}\right)$. Wiedząc, że $A(5, 10)$, $B(-7, 2)$, wyznacz współrzędne wierzchołków C i D.



2.59. Wyznacz wartość parametru p , dla której proste k i l są równoległe, jeśli:

- a) $k: px + 3y - 3 + p = 0$ $l: p^2x - 3y - 9 = 0$
 b) $k: (p + 2)x - y + p = 0$ $l: -5x + (p - 2)y + 5 = 0$

Dla wyznaczonego parametru p podaj równania prostych i nazwij te proste w prostokątnym układzie współrzędnych.

2.60. Wyznacz wartość parametru m , dla której proste k i l są prostopadłe, jeśli:

- a) $k: 4x + 3y = 0$ $l: mx - 2y + 6 = 0$
 b) $k: (m + 1)x + 3y - 12 = 0$ $l: mx - my + 3 = 0$

Dla wyznaczonego parametru p nazwij obie proste w prostokątnym układzie współrzędnych i oblicz współrzędne punktu P przecięcia tych prostych.

2.61. Punkty $A(2, -1)$ oraz $B(-1, -10)$ należą do prostej k . Oblicz, w jakiej odległości od prostej k znajduje się punkt $C(-4, 5)$. Następnie oblicz pole trójkąta ABC .

2.62. Punkty $A(-6, 2)$, $B(2, -6)$, $C(-2, 2)$ są wierzchołkami trójkąta ABC .
a) Napisz równania kierunkowe prostych zawierających środkowe AK i BL tego trójkąta.
b) Wykaż, że środkowe AK i BL nie są prostopadłe.