

2.120. Kawałek kartonu o wymiarach 100 cm x 100 cm ma być wykorzystany do zrobienia pudełka. Jaką powierzchnię musi być wycięta, aby pudełko miało największą objętość?

$x = 100 - 2y$
 $y = \frac{100 - x}{2}$
 $V(x) = x \cdot y \cdot y = x \cdot \left(\frac{100 - x}{2}\right)^2$
 $V(x) = \frac{x(100 - x)^2}{4}$
 $V'(x) = \frac{1}{4} (100 - x)^2 - \frac{x \cdot 2(100 - x)}{4} = \frac{(100 - x)(100 - 3x)}{4}$
 $V'(x) = 0 \Rightarrow (100 - x)(100 - 3x) = 0$
 $x = 100$ lub $x = \frac{100}{3}$
 $x = 100$ nie jest rozwiązaniem, ponieważ wtedy $y = 0$.
 $x = \frac{100}{3}$ jest rozwiązaniem.
 $V\left(\frac{100}{3}\right) = \frac{\frac{100}{3} \left(100 - \frac{100}{3}\right)^2}{4} = \frac{\frac{100}{3} \left(\frac{200}{3}\right)^2}{4} = \frac{100 \cdot 40000}{9 \cdot 4} = \frac{1000000}{9}$
 $V(0) = 0$
 $V(100) = 0$
Zatem największą objętość ma pudełko o wymiarach $\frac{100}{3} \times \frac{100}{3} \times \frac{100}{3}$.

2.120. Z kawałka kartonu mającego długość 9,6 m zrobiono szkielet akwarium, w którym stosunek długości krawędzi podstawy jest równy 3:4. Jaką powierzchnię musi być wycięta, aby akwarium miało największą objętość?

$a = 3x$
 $b = 4x$
 $c = 9,6 - 2a - 2b = 9,6 - 6x - 8x = 9,6 - 14x$
 $V(x) = abc = 3x \cdot 4x \cdot (9,6 - 14x) = 12x^2(9,6 - 14x) = 115,2x^2 - 168x^3$
 $V'(x) = 230,4x - 504x^2 = 0$
 $x(230,4 - 504x) = 0$
 $x = 0$ lub $x = \frac{230,4}{504} = \frac{32}{63}$
 $x = \frac{32}{63}$ jest rozwiązaniem.
 $V\left(\frac{32}{63}\right) = 115,2 \left(\frac{32}{63}\right)^2 - 168 \left(\frac{32}{63}\right)^3 = \frac{115,2 \cdot 1024}{3969} - \frac{168 \cdot 32768}{254187} = \frac{118297,28}{3969} - \frac{5505,6}{63} = \frac{118297,28 - 55056}{3969} = \frac{63241,28}{3969}$
 $V(0) = 0$
 $V(9,6) = 0$
Zatem największą objętość ma akwarium o wymiarach $\frac{32}{63} \times \frac{128}{63} \times \frac{128}{63}$.

2.115 - 1.115
3.119 - 3.119
skąd

