Zdarzenia. Działania na zdarzeniach

3.82. Niech *A*, *B* będą dowolnymi zdarzeniami zawartymi w przestrzeni Ω. Zapisz za pomocą *A*, *B*, *A'* lub *B'* następujące zdarzenia:
a) zaszło co najmniej jedno ze zdarzeń *A*, *B*
b) zaszło tylko jedno ze zdarzeń *A*, *B*
c) zaszły oba zdarzenia *A* i *B*
d) zaszło zdarzenie *A* i nie zaszło zdarzenie *B*
e) nie zaszło zdarzenie *A* ani zdarzenie *B*
f) nie zaszło zdarzenie *A* lub zaszło zdarzenie *B*.

$P: \Omega \to \langle 0,1 \rangle$ prawdopodobieństwo. funkcja.

rzut kost. $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ ← zdar. el.

$\Omega = \{(0,0),(0,R),(R,0),(R,R)\}$ $|\Omega| = 4$

zb. zd. elem.

A – wypadł 1 orzeł ← (1 0 i 1 R) – zb.

$A = \{(0,R),(R,0)\}$ $|A| = 2$

zd. sprzyjające zd. A

$$\boxed{P(A) := \frac{|A|}{|\Omega|}}$$

$\downarrow(x)$ $\cup(x)$

Zdarzenia. Działania na zdarzeniach

3.82. Niech *A*, *B* będą dowolnymi zdarzeniami zawartymi w przestrzeni Ω. Zapisz za pomocą *A*, *B*, *A'* lub *B'* następujące zdarzenia:
a) zaszło co najmniej jedno ze zdarzeń *A*, *B*
b) zaszło tylko jedno ze zdarzeń *A*, *B*
c) zaszły oba zdarzenia *A* i *B*
d) zaszło zdarzenie *A* i nie zaszło zdarzenie *B*
e) nie zaszło zdarzenie *A* ani zdarzenie *B*
f) nie zaszło zdarzenie *A* lub zaszło zdarzenie *B*.

$P: \Omega \to \mathbb{R}$ dod. aksjomat prawdopodobieństwa

P prawdopodobieństwo ⟺

a) $P(\Omega) = 1$

b) $\forall_{A \in \Omega}\ P(A) > 0$

c) $\forall_{A,B \in \Omega}: A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Ω $P(\Omega) = 1$

WŁASNOŚCI PR.

w1) $P(\emptyset) = 0$

w2) $\forall_{A \in \Omega}\ P(A) \le 1$

w3) $\forall_{A,B \in \Omega}\ A \subset B \Rightarrow P(A) \le P(B)$

w4) $\forall_{A \in \Omega}\ P(A') = 1 - P(A)$

w5) $\forall_{A,B \in \Omega}\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

w6) $\forall_{A,B \in \Omega}\ P(A \cap B) \le P(A) \cdot P(B)$

dow. w1) $P(\emptyset) = 0$

$P(\Omega) = 1$ $\Omega \cap \emptyset = \emptyset$

$1 = P(\Omega) = P(\Omega \cup \emptyset) \overset{w3}{=} P(\Omega) + P(\emptyset) = 1 + P(\emptyset)$

$1 = 1 + P(\emptyset)$ $P(\emptyset) = 0$

$\forall_{A,B \in \Omega}\ A \subset B \Rightarrow P(A) \le P(B)$

$A \subset B \Rightarrow B = A \cup (B \setminus A)$ $A \cap (B \setminus A) = \emptyset$

w3) $P(A) \le 1$ $P(A) \le P(B)$

$A \subset \Omega \Rightarrow P(A) \le P(\Omega) = 1$

w4) $P(A') = 1 - P(A)$

$\begin{cases} A \cup A' = \Omega \\ A \cap A' = \emptyset \end{cases}$

$1 = P(\Omega) = P(A \cup A') \overset{a3}{=} P(A) + P(A') = 1$

$P(A') = 1 - P(A)$ $P(A) = 1 - P(A')$

w6 $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$

$\begin{cases} A = (A \setminus B) \cup (A \cap B) \\ (A \setminus B) \cap (A \cap B) = \emptyset \end{cases}$

$P(A) = P((A \setminus B) \cup (A \cap B)) \overset{a3}{=} P(A \setminus B) + P(A \cap B)$

$P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$ ← 1

$\boxed{3.92 - 3.95}$