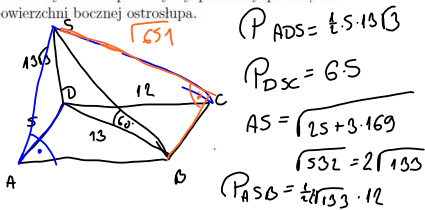


153. stereometria etap 2 2012-13 10 punktów

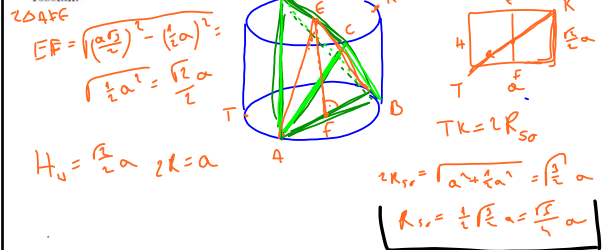
2. Jedna z krawędzi bocznych ostrosłupa jest prostopadła do jego podstawy, będącej prostokątem o bokach długości 5 cm i 12 cm. Najdłuższa krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° . Oblicz pole powierzchni bocznej ostrosłupa.



$$P_{\text{bcs}} = 15\sqrt{133}$$

154. stereometria etap 3 2007-08 20 punktów

5. Na czworoscianie foremnym opisano walec w ten sposób, że dwie krawędzie czworoscianu leżące na prostych skośnych są średnicami podstaw waleca. Oblicz stosunek pola powierzchni sfery opisanej na walcu do pola powierzchni sfery wpisanej w czworoscian.

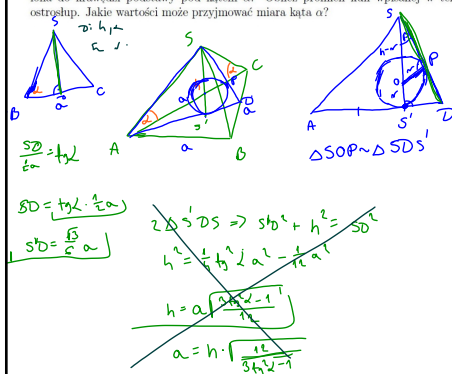


$$R_{u0} = \frac{1}{4} \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{P_{u0}}{P_u} = \frac{4\pi R_{u0}^2}{4\pi R_u^2} = \frac{\frac{a^2}{3}}{\frac{a^2}{3}} = 1$$

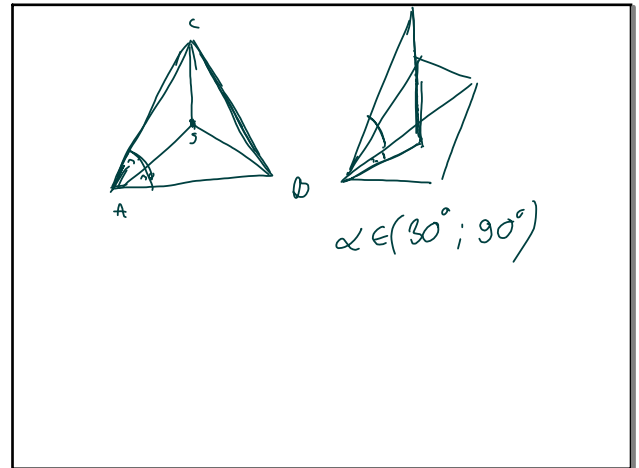
55. stereometria etap 3 2008-09 20 punktów

6. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym o wysokości h krawędź boczna jest nachylona do krawędzi podstawy pod kątem α . Oblicz promień kuli wpisanej w ten ostrosłup. Jakie wartości może przyjmować miara kąta α ?



$$\frac{r}{h-d} = \frac{SD}{SD} \Leftrightarrow n \cdot SD = h \cdot SD - n \cdot SD \Leftrightarrow n = \frac{h \cdot SD}{SD + SD}$$

$$n = \frac{h \cdot \frac{a}{2}}{\frac{a}{2} + \frac{a}{2}} = \frac{h \cdot a}{a} = h$$

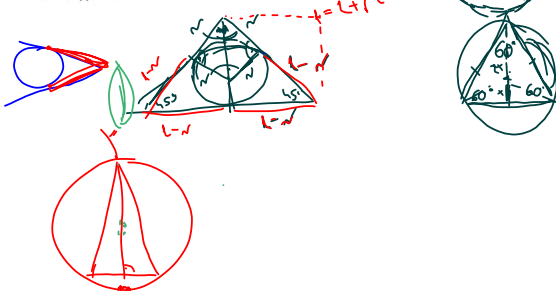


$$\alpha \in (30^\circ; 90^\circ)$$

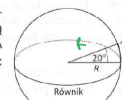
- 5.173. Stożek, którego kąt rozwarcia ma 60° , wpisano w kulę o objętości $V_k = 288\pi \text{ cm}^3$. Oblicz objętość stożka.

- 5.174. W stożek, którego kąt rozwarcia ma 90° , wpisano kulę. Wyznacz objętość kuli, wiedząc, że tworząca stożka ma długość $2 + \sqrt{2}$.

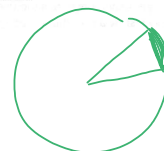
- 5.175. W kulę wpisano stożek, którego kąt rozwarcia jest prosty. Wyznacz stosunek objętości stożka do objętości kuli.



20. Miasto A leży na równoleżniku 20° szerokości geograficznej północnej. Jeżeli przyjmiemy, że Ziemia jest kulą o promieniu $R = 6300 \text{ km}$ oraz $\pi \approx 3$, to odległość d miasta A od równika (zobacz rysunek obok) jest w przybliżeniu równa:
A. 1050 km
B. 2100 km
C. 3150 km
D. 4200 km.



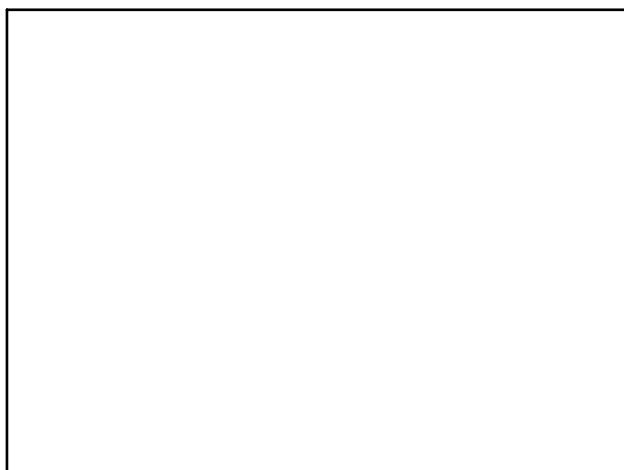
$$l = \frac{2\pi R \cdot \alpha}{360^\circ}$$



$$360^\circ = 2\pi R$$

$$\alpha^\circ = l$$

$$l = \frac{2\pi \cdot 6300 \cdot 20^\circ}{360^\circ} = 2100 \text{ km}$$



5.176. Odcinek AB jest równoległy do płaszczyzny π i ma długość 21 cm. Prosta k , przecinająca odcinek AB , jest prostopadła do płaszczyzny π i przebiega tę płaszczyznę w punkcie M . Wiedząc, że odległości punktu M od końców odcinka A, B wynoszą odpowiednio 10 cm i 17 cm, oblicz odległość odcinka AB od płaszczyzny π .

$AN = y$
 $NB = 21 - y$
 $y^2 + x^2 = 10^2$
 $x^2 = 100 - y^2$
 $(21 - y)^2 + x^2 = 17^2$
 $441 - 42y + y^2 + 100 - y^2 = 289$
 $541 - 42y = 289$
 $-42y = -252$
 $y = \frac{252}{42} = 6$
 $x^2 = 100 - 36$
 $x = 8, \vee x = -8$

***5.187.** Podstawą ostrosłupa prostego jest trójkąt prostokątny równoramienny, którego dwa boki mają długość 10. Sinus kąta nachylenia dwóch przystających ścian bocznych tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy jest równy $\frac{12}{13}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

Ugięte: Podstawa ostrosłupa prostego jest trójkąt prostokątny równoramienny, którego dwa boki mają długość 10. Sinus kąta nachylenia dwóch przystających ścian bocznych tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy jest równy $\frac{12}{13}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

$S_{\text{całkowite}} = S_{\text{podstawy}} + 3S_{\text{ściany}}$
 $S_{\text{podstawy}} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 50$
 $S_{\text{ściany}} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \sqrt{10^2 + h^2}$
 $\sin \alpha = \frac{h}{\sqrt{10^2 + h^2}} = \frac{12}{13}$
 $h = 12$
 $S_{\text{ściany}} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \sqrt{10^2 + 12^2} = 130$
 $S_{\text{całkowite}} = 50 + 3 \cdot 130 = 440$

***5.187.** Podstawą ostrosłupa prostego jest trójkąt prostokątny równoramienny, którego dwa boki mają długość 10. Sinus kąta nachylenia dwóch przystających ścian bocznych tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy jest równy $\frac{12}{13}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

$S_{\text{całkowite}} = S_{\text{podstawy}} + 3S_{\text{ściany}}$
 $S_{\text{podstawy}} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 50$
 $S_{\text{ściany}} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \sqrt{10^2 + h^2}$
 $\sin \alpha = \frac{h}{\sqrt{10^2 + h^2}} = \frac{12}{13}$
 $h = 12$
 $S_{\text{ściany}} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \sqrt{10^2 + 12^2} = 130$
 $S_{\text{całkowite}} = 50 + 3 \cdot 130 = 440$