

1) d. i. n. ~ potęgi

2) u. d. n. $a > 0, a \in \mathbb{R}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} = -\sqrt[n]{a}$

$\frac{1}{(a-b)^n} \cdot (a+b)^n = \dots$

$(a+b)^1$
 $(a-b)^1$
 a^2-b^2
 $(a+b)^3$
 $(a-b)^3$
 a^3-b^3
 a^2+ab+b^2
 a^3-b^3

$\sqrt{x+1} - 3 = x$

$\frac{0}{1}$

$\sqrt{x+1} = x+3$

$(\sqrt{x+1})^2 = (x+3)^2$

$x+1 = x^2+6x+9$ R. k. u.

$x^2+5x+8 = 0$

$\Delta < 0$

$-1 \neq 1 \quad |()|^1$

$1 = 1$

$x+3 > 0$

Zadanie 1
Oblicz wartość wyrażenia: $\log_6 3 \cdot \log_6 12 + \log_6^2 2$.

Zadanie 2
Liczbę $\frac{3^{-\frac{10}{3}} \cdot 27^{\frac{2}{3}}}{9^{-\frac{1}{3}}}$ przedstaw w postaci potęgi o wykładniku $-\frac{1}{2}$.

Zadanie 3
Oblicz wartość wyrażenia $w(x) = \frac{x+3+\sqrt{x^2-9}}{x+3-\sqrt{x^2-9}} + \frac{x+3-\sqrt{x^2-9}}{x+3+\sqrt{x^2-9}}$ dla $x = 2015$.

Zadanie 4
Rozstrzygnij, czy $a = \sqrt[3]{9\sqrt{3} + 11\sqrt{2} - \sqrt[3]{11\sqrt{2} - 9\sqrt{3}}}$ jest liczbą wymierną.

Zadanie 5
Oblicz sumę $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} + \frac{x^2-2x}{x^2+12x+36} + \frac{x^2-3x}{x^2+12x+36} + \dots + \frac{2016^2-2015^2}{2016^2+2016\cdot 2015+2015^2}$.

Zadanie 6
Zapisz w możliwie najprostszej postaci liczbę $a = \sqrt{19^8 - 100 \cdot 19 \cdot 81 + 3^{12}}$. Nie używaj kalkulatora.

Zadanie 7
Zaznacz na osi liczbowej zbiór opisany nierównościami: $|x^2 - 9| - |7x + 21| < 0$.

Zadanie 8
Porównaj liczby $a = \sqrt{25 \cdot 64^3 + 49 \cdot 64^4}$ oraz $b = 3^{\frac{1}{\log_3 2} - \log_3 2} \cdot \log_2 \sqrt{6}$.

Zadanie 9
Rozstrzygnij, która z liczb $a = \sqrt{\sqrt{3} + 2\sqrt{\sqrt{3} - 1}} + \sqrt{\sqrt{3} - 2\sqrt{\sqrt{3} - 1}}$ czy $b = 2 \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}$ jest mniejsza.

Zadanie 10
Usuń niewymierność z mianownika liczby $\frac{1}{\sqrt{36} - \sqrt{30} + \sqrt{25}}$.

Zadanie 11
Zapisz w postaci potęgi liczbę $\left(\frac{x-8}{y^2}\right)^{\frac{1}{\log_2(x-8) + \log_2 y^2}} \cdot (7\sqrt{3} - \sqrt{12})^{\sqrt{3}} \cdot (8^{\frac{1}{3}} - 18^{\frac{1}{3}} + 50^{\frac{1}{3}})^{-\frac{2}{3}}$.

Zadanie 3
Oblicz wartość wyrażenia $w(x) = \frac{x+3+\sqrt{x^2-9}}{x+3-\sqrt{x^2-9}} + \frac{x+3-\sqrt{x^2-9}}{x+3+\sqrt{x^2-9}}$ dla $x = 2015$.

$u(x) =$

$\frac{2(a^2+b^2)}{a^2-b^2} =$

$\frac{2((x+3)^2 + (x^2-9))}{(x+3)^2 - (x^2-9)} =$

$\frac{2(x^2+6x+9+x^2-9)}{x^2+6x+9-x^2+9} = \frac{4x^2+12x}{6x+18} = \frac{4x(x+3)}{3 \cdot 2(x+3)} = \frac{2 \cdot 2015}{3} = \frac{4030}{3}$

$\frac{(a+b)^2}{(a-b)(a+b)} =$

$\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}$

Zadanie 1
Oblicz wartość wyrażenia $\log_6 3 \cdot \log_6 12 + \log_6^2 2$.

$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$

$\log_6 c = \frac{\log_a c}{\log_a 6}$

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

$\log_6 3 \cdot \log_6(2 \cdot 3) + (\log_6 2)^2 = \log_6 3 (\log_6 2 + \log_6 3) + (\log_6 2)^2 =$

$\log_6 3 \cdot 2 \log_6 2 + (\log_6 3)^2 + (\log_6 2)^2 =$

$=(\log_6 3 + \log_6 2)^2 = (\log_6 6)^2 = 1$

$\log_a b^m = m \log_a b$

Zadanie 2
Liczbę $\frac{3^{-\frac{10}{3}} \cdot 27^{\frac{2}{3}}}{9^{-\frac{1}{3}}}$ przedstaw w postaci potęgi o wykładniku $-\frac{1}{2}$.

$u = \frac{3^{-\frac{10}{3}} \cdot 3^{\frac{4}{3}}}{3^{-\frac{2}{3}}} = 3^{-\frac{10}{3} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3}} = 3^{-\frac{4}{3}} = \boxed{3^2 = x^{-\frac{1}{2}}}$

$9 = x^{-\frac{1}{2}} \quad |()^{-2}$

$\frac{1}{81} = 9^{-2} = x$

odp. $u = \left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{2}}$

od 8, od 11,

od 3 punktów