

103. Obok zamieszczono wykresy funkcji f i g .

a) Określ zbiór wartości funkcji f oraz funkcji g .

b) Podaj zbiór tych wartości funkcji g , które nie są wartościami funkcji f .

c) Podaj te argumenty, dla których wartości obu funkcji są równe.

d) Podaj zbiór tych argumentów, dla których wartości funkcji f są większe od wartości funkcji g .

e) Podaj te argumenty x , dla których $f(x) < 0$ i $g(x) < 0$.

f) Podaj te argumenty x , dla których $f(x) \cdot g(x) = 0$.

g) Podaj te argumenty x , dla których $f(x) \cdot g(x) < 0$.

$a) \langle -4, 4 \rangle \ni f(x) \quad g(x) \in \langle -5, 6 \rangle$
 $b) y \in \langle -5, -4 \rangle \cup \langle 4, 6 \rangle$
 $c) x \in \{-4, 1, 5\} \Rightarrow f(x) = g(x)$
 $d) f(x) > g(x) \Leftrightarrow x \in \langle -5, -4 \rangle \cup \langle 1, 5 \rangle$
 $e) f(x) < 0 \wedge g(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \langle -5, 3 \rangle$
 $f) f(x) = 0 \vee g(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-5, -3, 1, 5\}$
 $g) f(x) \cdot g(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \langle -5, -3 \rangle \cup \langle -3, -1 \rangle \cup \langle 1, 5 \rangle \cup \langle 5, 7 \rangle$

100. Dziedzina funkcji f jest zbiór $D = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. Funkcja f każdej liczbie ujemnej $k \in D$ przyporządkowuje jej wartość bezwzględną, a każdej liczbie nieujemnej $m \in D$ przyporządkowuje sumę liczby m i liczby o 6 od niej mniejszej.

a) Oblicz $f(-1)$ i $f(1)$.

b) Podaj wszystkie argumenty x , dla których zachodzi równość $f(x) = 2$.

c) Podaj wszystkie argumenty x spełniające nierówność $f(x) \leq 0$.

$$f(x) = \begin{cases} |x| & x < 0 \\ x + x - 6 & x \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} -x & x < 0 \\ 2x - 6 & x \geq 0 \end{cases}$$

$a) f(-1) = 1 \quad f(1) = -4$
 $b) f(x) = 2 \quad x = -2 \in D \quad \vee$
 $f(x) = 2 \quad 2x - 6 = 2 \quad x = 4 \notin D \quad \vee$
 $c) \begin{cases} f(x) \leq 0 & -x \leq 0 \quad x \geq 0 \quad \emptyset \\ x < 0 & \end{cases}$
 $f(x) \leq 0 \quad 2x - 6 \leq 0 \quad x \leq 3 \quad [0, 1, 2, 3]$

106. R Dziedzina funkcji f jest zbiór wszystkich dodatnich liczb wymiernych W_+ . Funkcja f każdej liczbie $w \in W_+$ przyporządkowuje licznik ułamka $\frac{p}{q}$, gdzie $\frac{p}{q} = w$, $\frac{p}{q}$ jest ułamkiem nieskracalnym i p, q są liczbami całkowitymi dodatnimi.

a) Oblicz wartość funkcji f dla argumentów $3, 2, 4, \sqrt{\frac{6}{5}}$.

b) Dla którego argumentu, $\frac{48}{84}$ czy $\frac{51}{68}$, funkcja f przyjmuje większą wartość?

c) Podaj zbiór wartości funkcji f .

$a) f(3) = 3 \quad f(2) = 2 \quad f(4) = 4$
 $b) \frac{48}{84} = \frac{4}{7} \quad \frac{51}{68} = \frac{3}{4}$
 $c) f(W_+) = W_+$

107. Funkcja f określona na zbiorze liczb naturalnych większych od 0, przyporządkowuje każdej liczbie n cyfry dziesiętne liczby n .

a) Oblicz zbiór wartości funkcji f .

b) Dla jakiego argumentu, 100 czy 1000 , funkcja f przyjmuje wartość 5?

c) Dla jakich $k \in \mathbb{C}_+$, liczba $10k$ jest wartością zerową funkcji f ?

d) Dla jakich n nie zachodzi równość $f(n+1) = f(n)$?

$a) f(n) = \text{cyfry dziesiętne}$
 $b) f(100) = 5 \quad f(1000) = 5$
 $c) 10k = 0 \Rightarrow k = 0$
 $d) f(n+1) = f(n) \Leftrightarrow n = 0$

125. Na rysunku obok zamieszczono wykres funkcji $f: (-6, 7) \rightarrow \mathbb{R}$.

a) Podaj najmniejszą i największą wartość funkcji f w przedziale $(-4, 4)$.

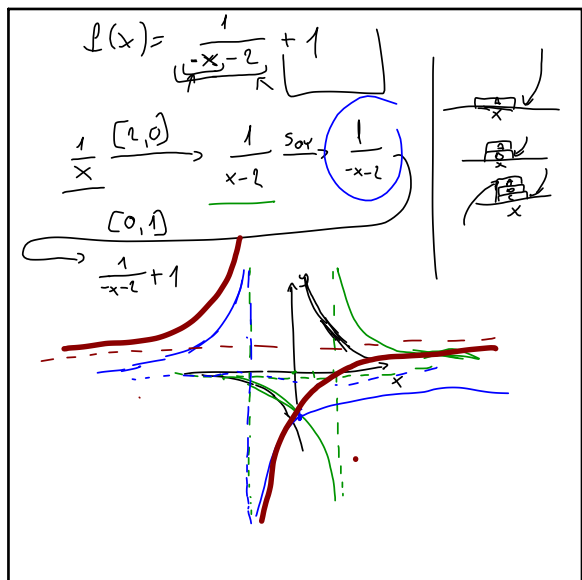
b) Podaj zbiór wszystkich argumentów, dla których wartość funkcji f jest z przedziału $(-1, 3)$.

c) Podaj miejsca zerowe funkcji $g(x) = f(x+3)$.

d) Naszkicuj wykres funkcji g takiej, że $g(x) = f(-x)$.

$a) f_{\min} = -2 \quad f_{\max} = 4$
 $b) x \in \langle -4, 3 \rangle$
 $c) g(x) = f(x+3) \Leftrightarrow x \in \langle -3, 0 \rangle$
 $d) g(x) = f(-x)$

$1) f(x) \xrightarrow{[p, 0]} f(x-p)$
 $2) f(x) \xrightarrow{[0, q]} f(x)+q$
 $3) f(x) \xrightarrow{[p, q]} f(x-p)+q$
 $4) f(x) \xrightarrow{Sox} f(-x)$
 $5) f(x) \xrightarrow{Sox} -f(x)$
 $6) f(x) \xrightarrow{Sox} -f(-x)$
 $7) f(x) \xrightarrow{Sox} f(x)$
 $8) f(x) \xrightarrow{Sox} f(x)$



131. (0-2) Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{2x-b}{x-9}$ dla $x \neq 9$, a $f(14) = 5$. Oblicz współczynnik b .
CKE, matura – poziom podstawowy, czerwiec 2011
132. Znajdź argument, dla którego funkcja $f(t) = (t+3)^2 - (t+2)^2$ przyjmuje wartość 20.
133. Znajdź wszystkie argumenty, dla których funkcje $g(x) = x + 8$ i $h(x) = -\frac{16}{x}$ przyjmują tę samą wartość.

Zadanie 9. (0-2)
 Rozwiąż nierówność $4x^2 \leq 9x$.

Zadanie 10. (0-2)
 Do wykresu funkcji $f(x) = nx + m^2 + 2$ należy punkt $P = (2, 1)$. Wyznacz m .

Zadanie 11. (0-2)
Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b, c prawdziwa jest nierówność $a^2 + b^2 \geq 2c(a + b - c)$.

Zadanie 12. (0-2)
 Znajdź najmniejszy argument, dla którego funkcja $f(x) = x(x+3)$ przyjmuje wartość 10.