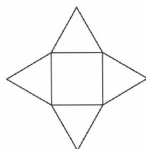


Zadanie 33. (5 pkt)

Prostokątną fotografię o wymiarach 12×18 włożono w ramkę o stałej szerokości. Oblicz szerokość ramki, jeśli ma ona takie samo pole co fotografia.

Zadanie 32. (4 pkt)

Siatka pewnego ostrosłupa składa się z kwadratu o boku długości 4 oraz z czterech trójkątów równobocznych (zobacz rysunek). Wyznacz objętość tego ostrosłupa oraz miarę kąta utworzonego przez przeciwległe krawędzie boczne ostrosłupa.

**Zadanie 31. (4 pkt)**

W trapezie równoramiennym ramień o długości 6 jest nachylone do dłuższej podstawy o długości 10 pod kątem 60° . Wyznacz długość przekątnej tego trapezu.

Zadanie 30. (2 pkt)

Ciąg $(5, x, 20)$ jest arytmetyczny, a ciąg $(x, 25, y)$ jest geometryczny. Oblicz x i y .

Zadanie 29. (2 pkt)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A , polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest liczbą parzystą.

Zadanie 28. (2 pkt)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC o kącie prostym przy wierzchołku C . W trójkąt ten wpisano okrąg o środku w punkcie S . Uzasadnij, że kąt ASB ma miarę 135° .

Zadanie 33. (5 pkt)

Prostokątną fotografię o wymiarach 12×18 włożono w ramkę o stałej szerokości. Oblicz szerokość ramki, jeśli ma ona takie samo pole co fotografia.

$$P_f = 12 \cdot 18 = 216 = 6^3$$

$$P_R = (12 + 2x)(18 + 2x) - 216 = 216$$

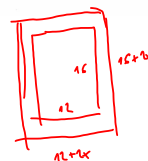
x - szerokość ramki.

$$4x^2 + 60x - 216 = 0$$

$$x^2 + 15x - 54 = 0$$

$$(x + 18)(x - 3) = 0$$

$$x_1 = -18 \quad x_2 = 3$$

**Zadanie 32. (4 pkt)**

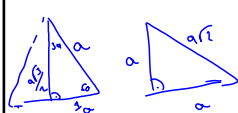
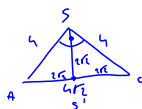
Siatka pewnego ostrosłupa składa się z kwadratu o boku długości 4 oraz z czterech trójkątów równobocznych (zobacz rysunek). Wyznacz objętość tego ostrosłupa oraz miarę kąta utworzonego przez przeciwległe krawędzie boczne ostrosłupa.

$$h_k = 2\sqrt{3}$$

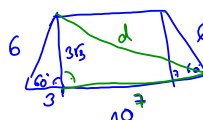
$$2 \triangle S S' E \Rightarrow 2^2 + 4^2 = 4^2$$

$$4 = 2\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4^3 = \frac{32\sqrt{3}}{3}$$

**Zadanie 31. (4 pkt)**

W trapezie równoramiennym ramień o długości 6 jest nachylone do dłuższej podstawy o długości 10 pod kątem 60° . Wyznacz długość przekątnej tego trapezu.



$$(3\sqrt{3})^2 + 7^2 = d^2$$

$$d = \sqrt{27 + 49} = \sqrt{76}$$

Zadanie 30. (2 pkt)

Ciąg $(5, x, 20)$ jest arytmetyczny, a ciąg $(x, 25, y)$ jest geometryczny. Oblicz x i y .

$$x = \frac{5+20}{2} = 12,5$$

$$25^2 = 12,5 \cdot y$$

$$2 \cdot 12,5^2 = 12,5 \cdot y$$

$$y = 4 \cdot 12,5 = 50$$

Zadanie 29. (2 pkt)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A , polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest liczbą parzystą.

$n = 5$ - liczba elementów zbioru.

$$\bar{A} = 5^2 = 25$$

A - iloczyn jest parzysty.

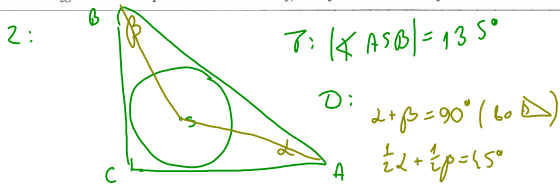
$$\bar{A} = 16$$

$$P(A) = \frac{15}{25}$$

1	2	3	4	5
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	0	0	0	0
5	0	0	0	0

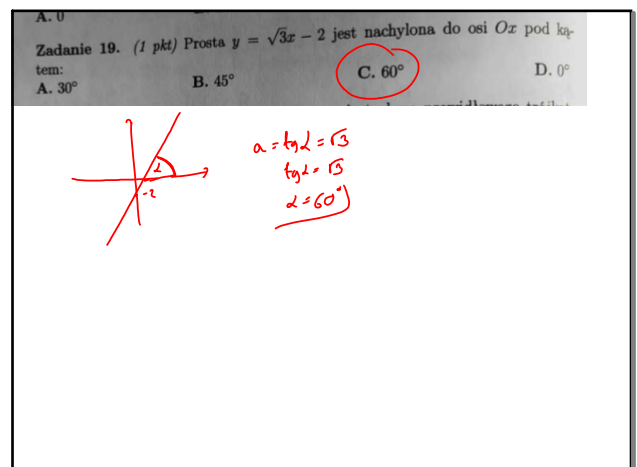
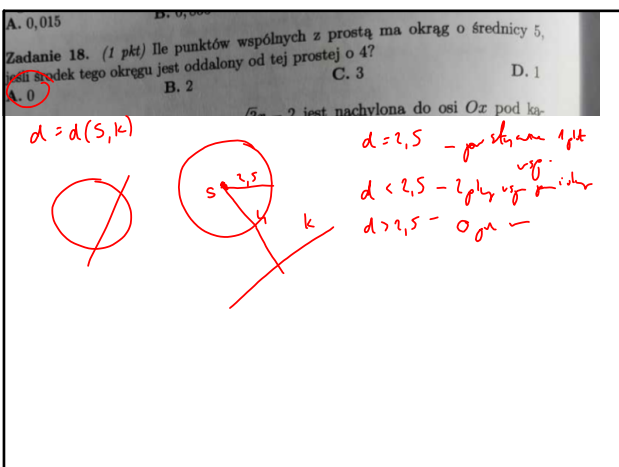
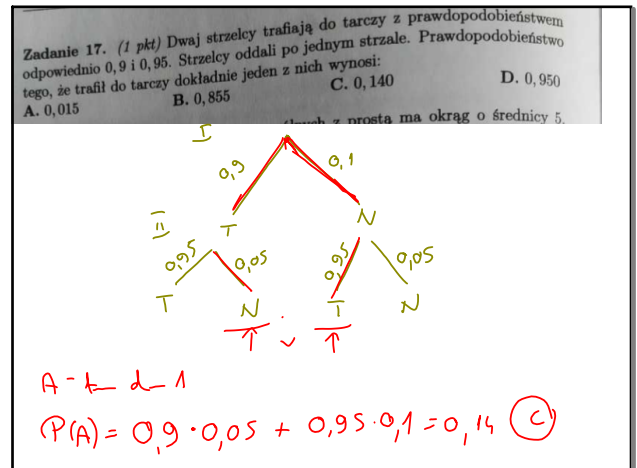
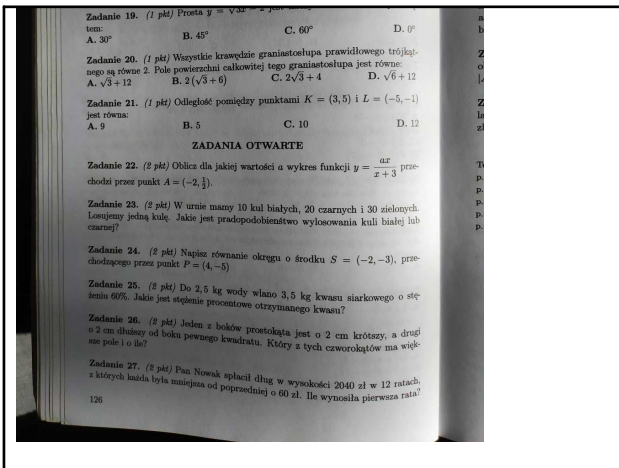
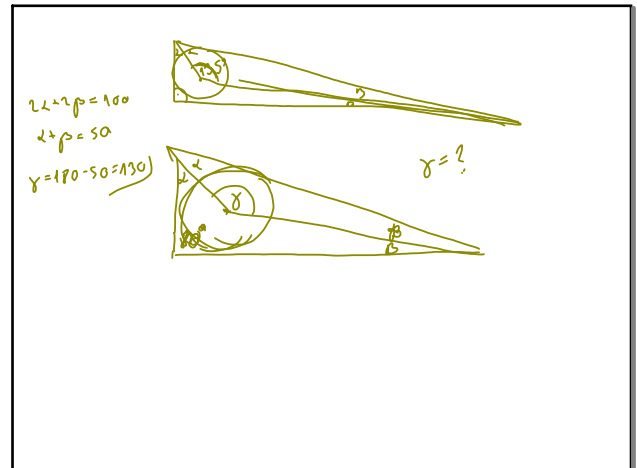
Zadanie 28. (2 pkt)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC o kącie prostym przy wierzchołku C . W trójkąt ten wpisano okrąg o środku w punkcie S . Uzasadnij, że kąt ASB ma miarę 135° .



SA dw. $\angle CAS$
 SB dw. $\angle CBA$

$\Rightarrow |\angle ASB| = 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\beta = 135^\circ$



Zadanie 20. (1 pkt) Wszystkie krawędzie graniastosłupa prawidłowego trójkątnego są równe 2. Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe:

A. $\sqrt{3} + 12$ B. $2(\sqrt{3} + 6)$ C. $2\sqrt{3} + 4$ D. $\sqrt{6} + 12$

Zadanie 21. (1 pkt) Odległość pomiędzy punktami $K = (3, 5)$ i $L = (-5, -1)$ jest równa:

A. 9 B. 5 C. 10 D. 12

$3 \times p_o = 3 \times 4 = 12$ $p_f = p_o = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{4 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

$p_c = 2p_f + 3 \times p_o = 2\sqrt{3} + 12$

Zadanie 21. (1 pkt) Odległość pomiędzy punktami $K = (3, 5)$ i $L = (-5, -1)$ jest równa:

A. 9 B. 5 C. 10 D. 12

$|KL| = \sqrt{(x_L - x_K)^2 + (y_L - y_K)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} = \sqrt{40} = 10$



Zadanie 22. (2 pkt) Oblicz dla jakiej wartości a wykres funkcji $y = \frac{ax}{x+3}$ przechodzi przez punkt $A = (-2, \frac{1}{2})$.

$\frac{1}{2} = \frac{-2a}{-2+3}$

$-2a = \frac{1}{2} \quad | :(-2)$

$a = \frac{1}{2} : (-2) = \frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4}$

Zadanie 23. (2 pkt) W urnie mamy 10 kul białych, 20 czarnych i 30 zielonych. Losujemy jedną kulę. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej lub czarnej?

Zadanie 24. (2 pkt) Napisz równanie okręgu o środku $S = (-2, -3)$, przechodzącego przez punkt $P = (4, -5)$.

Zadanie 25. (2 pkt) Do 2,5 kg wody wiano 3,5 kg kwasu siarkowego o stężeniu 60%. Jakie jest stężenie procentowe otrzymanego kwasu?

Zadanie 26. (2 pkt) Jeden z boków prostokąta jest o 2 cm krótszy, a drugi o 2 cm dłuższy od boku pewnego kwadratu. Który z tych czworokątów ma większe pole i o ile?

Zadanie 27. (2 pkt) Pan Nowak spłacił dług w wysokości 2040 zł w 12 ratach, z których każda była mniejsza od poprzedniej o 60 zł. Ile wynosiła pierwsza rata?

Zadanie 23. (2 pkt) W urnie mamy 10 kul białych, 20 czarnych i 30 zielonych. Losujemy jedną kulę. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej lub czarnej?

$n = 10 + 20 + 30 = 60$ $\bar{n} = 60$

$A = b \vee c$ $\bar{A} = 30$

$P(A) = \frac{1}{2}$

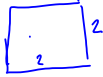
Zadanie 24. (2 pkt) Napisz równanie okręgu o środku $S = (-2, -3)$, przechodzącego przez punkt $P = (4, -5)$.

$(x+2)^2 + (y+3)^2 = r^2$ $P(4, -5)$

$36 + 4 = r^2$ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 40$

$r^2 = 40$

Zadanie 31. (4 pkt) Zbiornik ma kształt walca z obu stron zakończonych półkulami. Oblicz ile litrów płynu wypełni ten zbiornik, jeśli pole powierzchni całkowitej zbiornika jest równe $3\pi \text{ m}^2$, a wysokość walca jest równa 2 metry.



$$P_c = 2P_f + P_b = 4\pi r^2 + 2\pi r \cdot H$$

$$3\pi = 4\pi r^2 + 2\pi r \cdot 2$$

$$4\pi r^2 + 4\pi r - 3\pi = 0 \quad | : \pi$$

$$4r^2 + 4r - 3 = 0$$

$$\Delta = 16 + 12 = 28$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{28}$$

$$r_1 = \frac{-4 + \sqrt{28}}{8} = \frac{1}{2}$$

$$V = \pi r^2 \cdot H + \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{2} \pi + \frac{1}{6} \pi = \frac{2}{3} \pi$$
